

Latvijas Universitāte  
Fizikas un matemātikas fakultāte

Inese Bula

**MIKROEKONOMIKA**  
**(MATEMĀTISKIE PAMATI)**

**LEKCIJU KONSPEKTS — 2007**

# SATURS

Priekšvārds	3
Lekcija nr. 1. Ievads mikroekonomikas teorijā	4
Lekcija nr. 2. Pieprasījuma un piedāvājuma funkcija	13
Lekcija nr. 3. Pieprasījums	19
Lekcija nr. 4. Pieprasījuma funkcijas konstruēšana (kardinālā koncepcija)	26
Lekcija nr. 5. Pieprasījuma funkcijas konstruēšana (ordinālā koncepcija)	32
Lekcija nr. 6. Aizstājamības un ienākumu efekti	39
Lekcija nr. 7. Elastība	46
Lekcija nr. 8. Tirgus veidi. Pilnīgas konkurences tirgus	53
Lekcija nr. 9. Cenu veidošanās tīmekļveida modelis	60
Lekcija nr. 10. Dažas pilnīgas konkurences tirgus īpatnības	64
Lekcija nr. 11. Monopola tirgus	72
Lekcija nr. 12. Cenu diferencēšana	78
Lekcija nr. 13. Monopolistiskā konkurence	84
Lekcija nr. 14. Piedāvājuma oligopols I	89
Lekcija nr. 15. Piedāvājuma oligopols II	95
Lekcija nr. 16. Ražošanas faktoru tirgus	103

## PRIEKŠVĀRDS

Atšķirībā no klasiskajiem mikroekonomikas kursiem šajā paredzēts lielākus akcentus likt uz matemātikas pamatiem. Iespējams, ka lekciju konspekta tekstā tas atspoguļosies nedaudz, bet paredzēts, ka lekciju laikā pasniedzējam jāpievērš lielāka uzmanība mikroekonomikas modeļos izmantotajai matemātikai.

Katrs pasniedzējs izvēlas literatūru, pēc kuras pats vispirms apgūst mācāmo priekšmetu. Reizēm tas sakrīt ar literatūru, ko viņš iesaka studentiem, bet laika gaitā domas var mainīties. Mikroekonomikas priekšmetā ir daudz un dažādas mācību un pašmācības grāmatas gan latviski, krieviski, gan vāciski un angļiski, kas atrodamas Latvijas bibliotēkās un grāmatveikalu plauktos. Tikai laika pietrūkst tās visas izlasīt un caurskatīt. Šis lekciju konspekts ir izveidots, balstoties uz divām mācību grāmatām:

1. R.Škapars, Mikroekonomika. Teorija. Pamati. LU, Rīga, 2004.
2. L.S.Tarasevič, P.I.Grebeņņikov, A.I.Ļeusskij, Mikroekonomika. 4.izdevums, Maskava, Jurait, 2006 (krievu val.).

Taču ieteikt mikroekonomikas kursa apgūšanai var daudzas grāmatas. Lai veicas atrast savu!

Inese Bula

# LEKCIJA NR. 1

## IEVADS MIKROEKONOMIKAS TEORIJĀ

- Kas ir mikroekonomika?
- Ekonomiskās analīzes metodes
- Saimnieciskie labumi un ražošanas faktori
- Ražošanas funkcija
- Izmaksas un izmaksu funkcija

### Kas ir mikroekonomika?

Ekonomikas zinātne radās kā zinātne, kas meklēja atbildi uz jautājumu, no kā atkarīga valsts labklājība. Ekonomika laika gaitā sadalījies divās daļās: mikroekonomika un makroekonomika, kaut arī pētījuma objekts — nacionālā tautsaimniecība — abām ir viens un tas pats, atšķirība meklējama pētāmo problēmu lokā un analīzes līdzekļos.

Mikroekonomiskās analīzes specifika ir tāda, ka tautsaimniecības izpēte tiek sākta ar primārajiem subjektiem — atsevišķiem ražotājiem un patērētājiem (jeb firmām un mājsaimniecībām). Mikroekonomika pēta atsevišķo ekonomisko subjektu mērķus un līdzekļus, saimniekošanas plānu sabalansētības nosacījumus, darbošanās mehānismus un individuālo saimniecību koordināciju. Šī koordinācija lielā mērā ir atkarīga no tirgus cenu veidošanās mehānisma, tāpēc tā izpēte ir viens no mikroekonomikas pamatpriekšmetiem.

R. Škapars: ”**Mikroekonomika** pēta atsevišķu saimniecisku vienību — mājsaimniecību (patērētāju) un uzņēmumu — saimnieciskās norises, kā arī šo saimniecisko subjektu norišu savstarpējo iedarbību un to darbības koordināciju tirgū.

Tā kā gandrīz katrs saimnieciskais subjekts darbojas un aktīvi piedalās vairākos tirgos, tā saimnieciskās aktivitātes izpaužas makroekonomikas tir-

gos, kuros atspoguļojas saimniecisko vienību caurmēra izturēšanās. **Makroekonomikas** interešu loks ietver kopējo saimniecisko norišu noteikšanas un saskaņošanas problēmu apskatu, to risinājuma metodes, kā arī dažādu saimniecisko norišu likumsakarības. Apkopojošie rādītāji - nacionālais ienākums, nacionālais kopprodukts, kopējais cenu līmenis, nodarbinātības līmenis, u.c.”

V. Nešpors&Co: ”**Mikroekonomika** pēta mājsaimniecību un firmu ekonomisko rīcību, kā arī konkrētu tirgu un nozaru funkcionēšanu. Mikroekonomikas analīzei jādod atbilde uz jautājumu, kā patērētājam jāizmanto savi ienākumi, lai nodrošinātu savu vajadzību maksimālu apmierināšanu, un kādi lēmumi būtu jāpieņem uzņēmējam, izvēloties ražošanas apjomus un cenas, lai maksimizētu peļņu. (**Makroekonomika** nodarbojas ar ekonomikas funkcionēšanas problēmām kā kopumu vai lielu tautsaimniecības sektoru līmenī. Galvenā uzmanība tiek pievērsta tādiem jautājumiem kā iekšzemes kopprodukts, tā dinamika, nodarbinātība un bezdarbs, inflācija, valsts ienākumi un izdevumu virzieni, naudas un banku sistēmas ietekme uz ekonomiku, kā arī ārējo ekonomisko attiecību lomai. Makroekonomikas politikas mērķi ir pilna nodarbinātība, stabilas cenas un efektīva ekonomikas izaugsme.)”

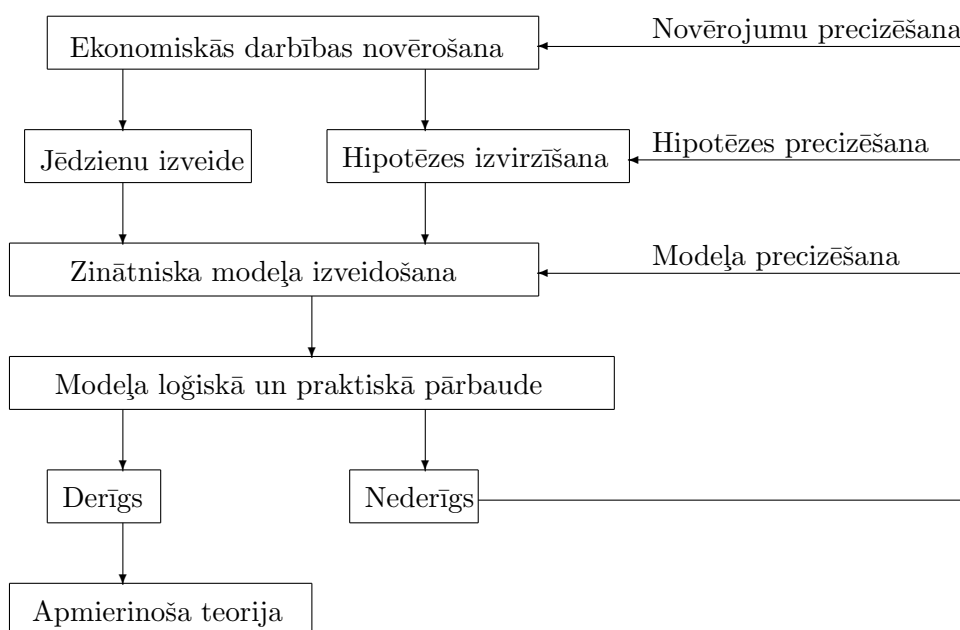
## Ekonomiskās analīzes metodes

Lai dotu pietiekoši labus izskaidrojumus ekonomiskajām parādībām, zinātnieki izmanto dažādas pieejas to noskaidrošanai. Tiek izveidoti jēdzieni, lai apzīmētu novērotās parādības. Tiek izvirzītas hipotēzes par novērojamo objektu kop-sakarībām. Tiek izveidotas koncepcijas jeb modeļi, kas apraksta ekonomisko procesu izturēšanos. Ekonomiskās teorijas veidošanās process atspoguļots shēmā, kas dota 1.1.zīmējumā.

Par modeļi var kalpot dažādi objekti. Taču visos gadījumos **mode-lis** ir vienkāršota realitātes izpausme, kura tiek iegūta abstrahējoties no tām nebūtiskajām īpašībām, kuras nav būtiskas pētījuma mērķiem (pēc Škapara: ”Modelis ir īstenības vienkāršots atspoguļojums.”). Pētāmā objekta modeļi veido divu veidu elementi: uz modeļa konstrukcijas momentu *zināmie un nezināmie* parametri un sakarības. Pirmās grupas elementi tiek iegūti no reālā objekta novērojumiem un hipotēzēm par šī objekta uzvedību. Otrā grupa elementu tiek notekti, veicot modeļa analīzi (risinot noteikta tipa uzdevumus).

Pie mikroekonomikas pamatpostulātiem pieder pieņēmums par to, ka visi *ekonomiskie subjekti darbojas racionāli*, t.i., cenšas sasniegt nospraustos ekonomiskos mērķus ar pēc iespējas mazākiem zaudējumiem vai pie zināmiem zaudējumiem iegūt maksimālo rezultātu. Ražotāju mērķis ir iegūt mak-

simālo peļņu vai kādu citu saimnieciskās darbības rādītāju. Patērētāji cenšas maksimizēt individuālo labklājību (individuālo derīgumu). Labuma derīguma ekonomiskā jēga — tā ir šī labuma īpašība apmierināt noteiktas cilvēka vajadzības. Labuma derīgums ekonomiski var atšķirties no derīguma filozofiskā nozīmē. Piemēram, medicīniski ir pierādīts, ka cigaretes un alkohols ir kaitīgi cilvēka veselībai, bet kā viena, tā otra prece ir vajadzīga noteiktai cilvēku kategorijai, tāpēc šīm precēm ir savs labuma derīgums.



1.1. zīm.

Atkarībā no objekta pētījuma mērķiem, tiek apskatīti divu veidu ekonomiskie modeļi: optimizācijas un līdzsvara. **Optimizācijas modeļi** apraksta atsevišķu ekonomisko subjektu uzvedību, kuri cenšas sasniegt nospraustos mērķus pie dotajām iespējām. **Līdzsvara modeļos** tiek iegūts rezultāts, kurš apraksta visu saimniecisko aģentu darbības un tiek noskaidroti nosacījumi aģentu mērķu savienojamībai. Atkarībā no pētāmo likumsakarību loka pilnības, tiek izdalīti modeļi, kas noskaidro daļējo vai vispārējo līdzsvaru. Atkarībā no procesu novērošanas ilguma, modeļi tiek iedalīti statistiskajos, salīdzināmi statistiskajos un dinamiskajos. Statistiskās analīzes gadījumā tiek apskatīta situācija noteiktā laika momentā, piemēram, kā pie esošā piedāvājuma un pieprasījuma veidojas cena. Salīdzinošās statikas metode izmanto statistiskās analīzes rezultātus atšķirīgos laika momentos, piemēram, par cik un

kāpēc dota labuma cena atšķiras laika periodos  $t$  un  $t - 1$ . Lai ieraudzītu ekonomiskā rādītāja dinamiku starp diviem laika momentiem un noteiktu faktoros, kas to nosaka, tiek izmantota dinamiskā analīze. Piemēram, ar salīdzinošās statikas metožu palīdzību var secināt, ka graudu cena pēc mēneša būs 1,5 reizes lielāka nekā šobrīd, bet, kā tā mainīsies — monotoni vai viļņveidīgi, to ļauj secināt tikai dinamiskā analīze, pie kuras visi faktori, kas nosaka graudu cenas veidošanos, tiek noteikti kā funkcijas no laika.

Pilnu pārskatu par cenu veidošanās mehānismu un cenu lomu nacionālajā saimniecībā var iegūt tikai ar vispārējiem ekonomiskiem līdzsvara modeļiem. Tomēr didaktiskos nolūkos mikroekonomikas apguve parasti sākas ar tādu modeļu konstrukciju, kas apskata atsevišķus ekonomiskos subjektus un daļējo līdzsvaru.

Ekonomikas mācīšana (tāpat kā jebkuras citas zinātnes apgūšana) tiek veikta ar trīs savstarpēji saistītu metožu palīdzību: verbāli, algebriski un grafiski. Problēmas un tās risinājuma vārdiskis apraksts ir izejas punkts zinātniskajā izziņā. Bet sistēmas plašums un kopsakarību sarežģītība neļauj ar domām vien aptvert visu pilnībā, tāpēc palīgā tiek saukta matemātika kā iespaidīgs līdzeklis "ekonomiskajā domāšanā". Grafiskās analīzes metodes ļauj uzskatāmi parādīt, kas notiek matemātisko modeļu "melnajā kastē".

## Saimnieciskie labumi un ražošanas faktori

Cilvēkam ir dažādas vēlmes: paēst, apģērbties, ceļot, iegūt izglītību, muzicēt, apmeklēt kultūras pasākumus, taču viņš nevar uzreiz apmierināt visas savas vēlmes. Šīs vēlmes ekonomikā sauc par **vajadzībām**. Tiek izdalītas 5 veidu vajadzības:

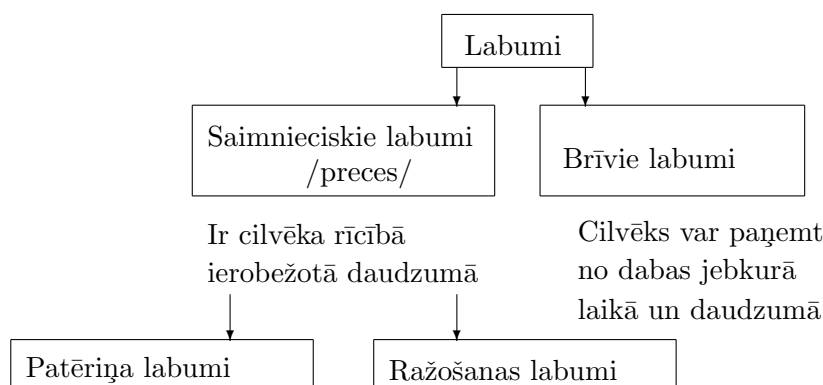
- 1) eksistences vajadzības (miegs, izsalkums, slāpes, apģērbs, utt.);
- 2) vajadzības pēc drošības (vajadzīga drošība apmierināt eksistences vajadzības arī nākotnē);
- 3) sociālās vajadzības (vajadzības pēc garīgas saskaņas un sociāliem kontaktiem ar citiem sabiedrības locekļiem);
- 4) vajadzības pēc cieņas jeb goda (tiek meklēta citu cilvēku ievērība, atzinība);
- 5) izaugsmes vajadzības (pašattīstīšanās, utt.).

Konkretizēta vajadzība un nauda veido pieprasījumu pēc noteikta labuma (kas apmierinās radušos vajadzību). Labumu iedalījumu skatīt 1.2.zīmējumā.

Saimnieciskajiem labumiem raksturīga pazīme — to pastāvīga nepietiekamība. Šos vajadzību apmierināšanai lietojamos materiālos līdzekļus un pakalpojumus sauc par precēm, tām raksturīgas trīs pazīmes:

- 1) to retums jeb nepietiekamība;

- 2) to objektīvais vai subjektīvais derīgums:  
3) to pieejamība.



1.2. zīm.

Saimniekošanas galvenā problēma ir tādu labumu (preču) izgatavošana, kuri nav dabūjami pietiekamā daudzumā. Šo preču izgatavošanu, lietojot ražošanas faktorus, sauc par *ražošanu*. Ne visas preces, kuru skaits ir ierobežots, var tikt saražotas (piemēram, zeme).

Mikroekonomikā apskata trīs **ražošanas faktoru** grupas: zeme, darbs un kapitāls.

Jēdziens **zeme** ietver dabas dzīļu resursus, mežus, ūdeņus, uzņēmuma atrašanās vietu, lauksaimniecības izmantojamās platības, kā arī klimatu, dabas spēkus (vēja, ūdens, saules enerģiju). **Darbs** ir cilvēka mērķtiecīga darbība materiālo un garīgo labumu izveidē atsevišķu cilvēku, cilvēku grupu, uzņēmumu vai visas sabiedrības vajadzību apmierināšanai. Jēdzienā darbs ir iekļauta cilvēka fiziskā un garīgā darbība. Jēdziens **kapitāls** ietver naudas kapitālu (nauda ar noteiktu funkciju — finansēšanas līdzeklis investīcijām) un ražīgo kapitālu — visas saražotās preces, kuras individuāli nepatērē, bet iesaista atkal ražošanas procesā.

Dažkārt ražošanas resursu zeme ieskaita pie ražošanas resursa kapitāls, bet kā trešo ražošanas resursu izdala **zinātniski-tehnisko līmeni** (zinātniski-tehnisko progresu). Jo zinātniski-tehniskais progress ir pamatfaktors mūsdienu ražošanas rezultativitātes palielināšanai. Bet tā kā mikroekonomika cenu veidošanās procesu pēta kā savstarpēji saistītu ekonomisko subjektu mērķu saskaņošanas mehānismu pie dotiem nosacījumiem, tad parasti arī zinātniski-tehniskais līmenis tiek uzskatīts par dotu.

Mikroekonomikā par tautsaimniecības pamatvienībām tiek apskatīti divi saimnieciskie subjekti: mājsaimniecība (baznīcas, žēlsirdības fondi, zinātnes iestādes, arodbiedrības, ģimenes) un uzņēmums (firmas, u.c.). Mājsaimniecībai



raksturīgā darbība ir patēriņš un ražošanas faktoru piedāvājums. Uzņēmuma galvenā iezīme ir orientācija uz peļņas gūšanu. Līdzekļus savai saimnieciskajai darbībai tas gūst, pārdodot preces mājsaimniecībai vai arī citiem uzņēmumiem.

## Ražošanas funkcija

Ražošana ir process, kurā viena veida labumi tiek pārveidoti par cita veida labumiem: ražošanas faktori par gatavu produkciju. Sakarību starp izmantoto ražošanas faktoru daudzumu un maksimāli iespējamo produkcijas izlaidi sauc par **ražošanas funkciju**.

Produkcijas izlaides daudzums ( $Q$ ) ir atkarīgs no ražošanas faktoru darba ( $L$ ) un kapitāla ( $K$ ) kvalitātes un daudzuma, t.i.,  $Q = Q(L, K)$ . Konkrētais ražošanas funkcijas veids tiek precizēts novērojot, kā mainās izlaide atkarībā no darba un kapitāla.

Iespējas izmainīt ražošanai nepieciešamos darba un kapitāla apjomus nav vienādas. Ja pieprasījums pēc firmas produkcijas pieaug, tad ražošanas paaugstināšana vispirms tiek sasniegta ar papildus darba pieplūdumu pie tās pašas ražošanas jaudas, jo pēdējās palielināšanai noteikti vajadzīgs laiks. Tāpēc tiek runāts par "īsa" un "gara" perioda ražošanas funkcijām. Laika periodu, kurā nav iespējams izmainīt vienu no izmantojamiem ražošanas faktoriem, sauc par **īso periodu**. Faktoru, kura apjomu nevar izmainīt īsajā periodā, sauc par *neatkarīgu*, bet faktoru, kura izmantošanas apjoms izmainās pie izlaides izmaiņas, sauc par *mainīgo* faktoru. Laika periodu, kas pietiekams, lai izmainītu abus ražošanas faktoru apjomus, sauc par **garo** periodu; šajā periodā abi faktori ir mainīgi.

Sakarības starp noteiktā laika periodā izlaižamās produkcijas apjomu (*output*) un izlaidei izmantoto ražošanas faktoru daudzumu (*input*) sauc par **ražošanas tehnisko efektivitāti**. Īsā un garā laika periodā šis rādītājs tiek aprēķināts atšķirīgi.

### Īsais laika periods

Ražošanas tehniskās efektivitātes raksturošanai īsa laika periodā izmanto trīs savstarpēji saistītus rādītājus: vidējo ražīgumu, robežražīgumu un izlaides elastību pēc mainīgā faktora.

Izlaides kopējā apjoma attiecību pret izmantotā mainīgā faktora kopējo apjomu ( $\frac{Q}{L}$ ) sauc par **mainīgā faktora vidējo ražīgumu**  $AP$  (*average product*). Kopējās izlaides pieaugumu, palielinot izmantojamo darba apjomu par vienu vienību, sauc par **darba robežražīgumu**  $MP$  (*marginal product*). Algebriski šis lielums tiek atrasts kā kopējās izlaides funkcijas atvasinājums

pēc darba:  $MP_L = \frac{dQ}{dL}$ . **Izlaides elastības koeficients pēc mainīgā faktora**  $\epsilon_{QL}$  parāda, par cik procentiem izmainās izlaide, ja mainīgā faktora apjoms izmainās par 1%:

$$\epsilon_{QL} = 100 \frac{\Delta Q}{Q} : 100 \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \times \frac{L}{Q}.$$

Visus trīs ražošanas tehniskos efektivitātes rādītājus apvieno formula

$$\epsilon_{QL} = \frac{MP_L}{AP_L}.$$

Tādējādi ražošanas tehniskā efektivitāte īsā laika periodā iziet caur četrām stadijām

Rādītājs	I stadija	II stadija	III stadija	IV stadija
$TP$	aug	aug	aug	dilst
$AP$	aug	aug	dilst	dilst
$MP$	aug	dilst	dilst	dilst
$\epsilon_{QL}$	$> 1$	$> 1$	$\{1, 0\}$	$< 0$

1.3.zīm.

Praktiski šī veiktā analīze ļauj noteikt, kādu mainīgā faktora apjomu saprātīgi izmantot īsā laika periodā. Acīmredzami, ka I stadijā nepieciešams palielināt izmantojamā darba apjomu, bet nokļūt IV stadijā nav ekonomiski izdevīgi. Vai ir vērts pāriet uz II un III stadiju? Lai atbildētu uz šo jautājumu, nepieciešams zināt izgatavojamās produkcijas un ražošanas faktoru cenas.

### Garais laika periods

Tā kā garajā laika periodā mainās ne tikai ražošanā izmantojamā darba daudzums, bet arī kapitāla apjoms, tad ražošanas funkciju šajā periodā var stādīt priekšā kā ražošanas funkciju īsā laika periodā kopu, kas atšķiras ar kapitālu apjomiem.

Tipiska ražošanas funkcija garajā laika periodā ir pakāpes funkcija

$$Q = AL^\alpha K^\beta,$$

kur  $A, \alpha, \beta$  ir pozitīvi skaitļi, kuri raksturo ražošanas tehnoloģiju. Tāpat plašu lietojumu ekonomiskajā analīzē ir ieguvusi Koba-Duglasi funkcija

$$Q = L^\alpha K^{1-\alpha}.$$

Ražošanas funkcijas pakāpes rādītāji  $\alpha$  un  $\beta$  ir vienādi ar izlaides elastības koeficientiem pēc faktoriem:

$$\epsilon_{Q,L} = \frac{MP_L}{AP_L} = \frac{\alpha AK^\beta L^{\alpha-1}}{AK^\beta L^{\alpha-1}} = \alpha,$$

$$\epsilon_{Q,K} = \frac{MP_K}{AP_K} = \frac{\beta AL^\alpha K^{\beta-1}}{AL^\alpha K^{\beta-1}} = \beta.$$

Mēģinot novērtēt ražošanas efektivitāti gara laika periodā, dalot produkcijas kopējo izlaidi ar izmantoto faktoru daudzumu, rodas problēmas, jo nevar sasummēt darbinieku skaitu ar zemes hektāriem. Tomēr noteiktu tehnoloģijas raksturojumu var iegūt, novērojot izlaides izmaiņu pie vienlaicīgas ražošanas faktoru izmaiņas par vienādu reižu skaitu, t.i., izmainot ražošanas mērogu.

Dažos saimnieciskās darbības veidos darbu un kapitālu nepieciešams izmantot fiksētās proporcijās: 1 strādnieks — 2 darbgaldi, 1 lidmašīna — 10 ekipāžas locekļi. Šādā gadījumā ražošanas tehnoloģija izsakāma ar Ļeontjeva ražošanas funkciju

$$Q = \min\left\{\frac{L}{a}; \frac{K}{b}\right\},$$

kur  $a$  un  $b$  ir tehnoloģiski nepieciešamais darba un kapitāla daudzums par vienu vienību produkcijas.

## Izmaksas un izmaksu funkcija

**Izmaksas** — to ražošanas faktoru materiālu un pakalpojumu vērtība, kuri izmantoti produkcijas izgatavošanai. Tā kā materiāli, kas izmantoti dotā ražošanas procesā, iepriekš jau bijuši izgatavoti, izmantojot darbu un kapitālu, tad visas izmaksas sastāda ražošanas faktoru apmaksu.

Kad ražošanas apjoms pārsniedz vienu vienību, tad atšķiras kopējās izmaksas  $TC$  (*total cost*) par visu izlaidi, vidējās izmaksas  $AC$  (*average cost*) par vienu vienību produkcijas ( $AC = \frac{TC}{Q}$ ) un robežizmaksas  $MC$  (*marginal cost*) — kopējo izmaksu izmaiņa, izlaidei palielinoties par vienu vienību ( $MC = \frac{\Delta TC}{\Delta Q}$ ).

Sakarību starp izgatavotās produkcijas apjomu un to saražošanai nepieciešamajām mazākajām izmaksām sauc par **izmaksu funkciju**.

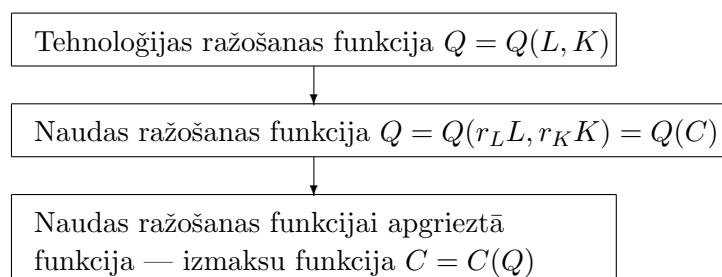
Apzīmēsim darba cenu ar  $r_L$ , t.i., naudas daudzums, kuru nepieciešams samaksāt par darbinieka izmantošanu noteiktā laika periodā, bet kapitāla cenu apzīmēsim ar  $r_K$ , t.i., naudas daudzums, kas jāsamaksā par ražošanā izmantotajiem līdzekļiem noteiktā laika periodā. Tad kopējās izmaksas par noteiktu daudzumu produkcijas izlaides ir

$$TC = r_L L + r_K K.$$

Ja ir dotas ražošanas faktoru cenas, tad izmaksu lielums tiek noteikts ar ražošanas izlaidei nepieciešamo minimālo darba un kapitāla daudzumu, t.i., ar tehnoloģiju, kuru apraksta ražošanas funkcija  $Q = Q(L, K)$ . Tāpēc  $L = L(Q)$ ,  $K = K(Q)$ , tādējādi arī  $TC = TC(Q)$ .

Īsā un garā laika perioda izdalīšana pie ražošanas funkcijas konstrukcijas rada ietekmi uz izmaksu funkciju. Tā kā īsā laika periodā  $K = \bar{K} = const$ , tad izmaksu funkcija šajā gadījumā ir  $TC(Q) = r_L L(Q) + r_K \bar{K}$ , t.i., īsā laika periodā izmaksas sadalās patstāvīgās izmaksās  $TFC$  (*total fixed cost*), kas nav atkarīgas no izlaides apjoma ( $TFC = r_K \bar{K}$ ), un mainīgajās izmaksās  $TVC$  (*total variable cost*), kas mainās atkarībā no izlaides izmaiņām ( $TVC = r_L L(Q)$ ). Garā laika periodā visas izmaksas ir mainīgas.

Pāreju no ražošanas funkcijas uz kopējo izmaksu funkciju parāda shēma 1.4.zīmējumā.



1.4. zīm.

## LEKCIJA NR. 2

### PEĻŅA UN PIEDĀVĀJUMA FUNKCIJA

- Kas ir peļņa?
- Peļņas maksimizācijas nosacījumi
- Piedāvājuma funkcija
- Ražotāja pārpalikumi

#### Kas ir peļņa?

Kopējo izmaksu likne parāda visas iespējas izlaides apjomiem ar minimālajām izmaksām. Kādu apjomu izvēlēsies firma, tas ir atkarīgs no produkcijas cenas. Pārdotās produkcijas apjoma reizinājumu ar produkcijas cenu sauc par **kopējiem ienākumiem**  $TR$  (*total revenue*). Starpību starp kopējiem ienākumiem un kopējām izmaksām sauc par **peļņu**.

Firmas mērķis ir iegūt maksimālo peļņu. Ja kādai firmai starpība starp ienākumiem un izdevumiem būs mazāka nekā konkurentu firmām, tad laika gaitā šī firma tiks izspiesta no tirgus. Tāpēc konkurences apstākļos firmas ražo un piedāvā tirgū tādu produkcijas apjomu, kas maksimizē to peļņu.

#### Peļņas maksimizācijas nosacījumi

Pie iepriekš dotas cenu sistēmas peļņa ir atkarīga tikai no izlaides apjoma

$$\pi(Q) = c \cdot Q - TC(Q),$$

kur  $c$  ir labuma cena. Šajā gadījumā nepieciešamais nosacījums peļņas maksimizācijai ir

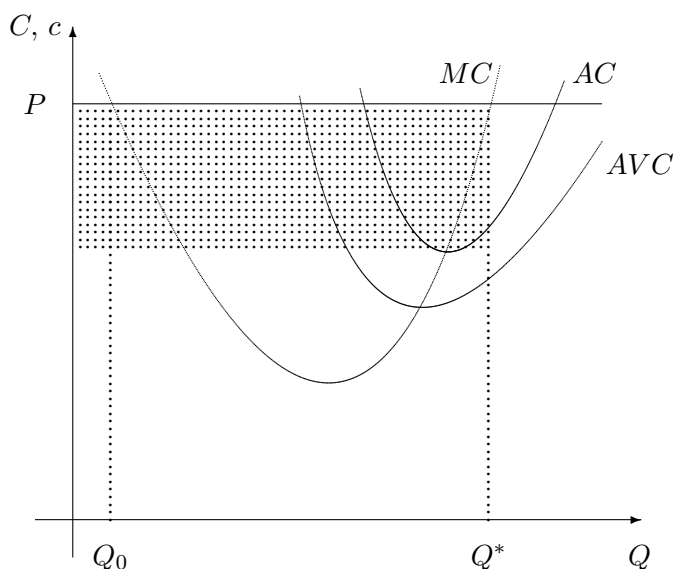
$$\frac{d\pi}{dQ} = 0, \text{ t.i., } c - \frac{dTC}{dQ} = 0 \text{ jeb}$$

$$c = MC(Q),$$

bet pietiekamais nosacījums — peļņas funkcijas otrās kārtas atvasinājuma negatīva zīme

$$\frac{d^2\pi}{dQ^2} = -\frac{d^2TC}{dQ^2} < 0.$$

Pietiekamais nosacījums izpildās, ja robežizmaksas aug. Seko, ka firma sasniedz peļņas maksimumu pie tāda izlaides apjoma, pie kura augošās robežizmaksas ir vienādas ar produkcijas cenu (2.1.zīmējums).



2.1. zīm.

Attālums starp līnijām  $c$  un  $AC$  reprezentē vidējās peļņas lielumu pie produkcijas izlaides  $Q$  vienībām. Peļņa sasniedz maksimumu pie produkcijas izlaides  $Q^*$  vienībām. Ievērosim, ka arī pie izlaides  $Q_0$  vienībām robežizmaksas ir vienādas ar 0, bet šajā punktā neizpildās pietiekamie peļņas maksimizācijas nosacījumi. Peļņas maksimālā summa ir vienāda ar iepunktotā taisnstūra laukumu.

## Piedāvājuma funkcija

Funkciju, kura izsaka sakarību starp piedāvāto labumu skaitu un faktoru apjomu, kas nosaka šo skaitu, sauc par **piedāvājuma funkciju**. Tā kā firma piedāvā tādu izlaides apjomu, kas maksimizē peļņu, tad piedāvājuma

funkciju var atrast no peļņas maksimizācijas nosacījuma: piedāvājuma funkcija ir apgrieztā funkcija funkcijai, kura izsaka peļņas maksimizācijas nosacījumu.

Atradīsim piedāvājuma funkciju firmai, kuras ražošanas funkcija ir  $Q = L^\alpha K^\beta$  (garaajā laika periodā)!

Vispirms ir jāatrod kopējo izdevumu funkcija — jāatrod tādas  $L$  un  $K$  vērtības, kas apmierina vienādību  $Q = L^\alpha K^\beta$ , pie kuras summa  $r_L L + r_K K$  sasniedz minimumu. Tas ir nosacīto ekstrēmu uzdevums, kuru var risināt ar Lagranža metodi. Sastādam Lagranža funkciju

$$\Phi = r_L L + r_K K - \lambda(L^\alpha K^\beta - Q),$$

kur  $\lambda$  ir Lagranža reizinātājs (ērtības labad Lagranža funkcijā tā priekšā likta – zīme). Atrodam Lagranža funkcijas stacionāro punktu:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi}{\partial L} = r_L - \lambda \alpha K^\beta L^{\alpha-1} = 0 \\ \frac{\partial \Phi}{\partial K} = r_K - \lambda \beta K^{\beta-1} L^\alpha = 0 \\ L^\alpha K^\beta = Q \end{cases} \Rightarrow K = \frac{\beta r_L}{\alpha r_K} L.$$

Saskaņā ar doto ražošanas funkciju (nosacītā ekstrēma uzdevuma saiti)

$$L = \frac{Q^{\frac{1}{\alpha}}}{K^{\frac{\beta}{\alpha}}}.$$

Savietojot  $K$  un  $L$  izteiksmes, iegūsim atrisinājumu

$$K^* = \left( \frac{\beta r_L}{\alpha r_K} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} Q^{\frac{1}{\alpha+\beta}}; \quad L^* = \left( \frac{\alpha r_K}{\beta r_L} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} Q^{\frac{1}{\alpha+\beta}}.$$

Ievietojot šīs vērtības izmaksu funkcijas izteiksmē un veicot vienkāršojumus, iegūsim

$$TC = r_L L^* + r_K K^* = \frac{\alpha + \beta}{\alpha} \left( \frac{\alpha}{\beta} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} r_L^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} r_K^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} Q^{\frac{1}{\alpha+\beta}}.$$

Peļņas maksimizācijas nosacījums ir  $P = MC(Q)$ , tāpēc atrodam  $TC$  atvasinājumu pēc izlaides apjoma  $Q$  un pielīdzinām to cenai  $P$ :

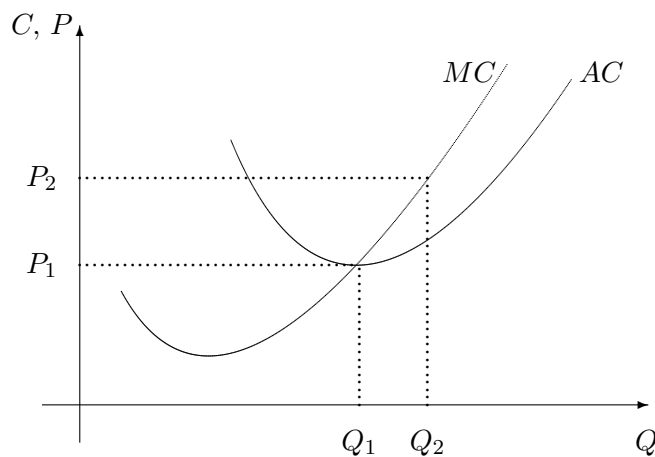
$$MC = \left( \frac{r_L}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left( \frac{r_K}{\beta} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} Q^{\frac{1-\alpha-\beta}{\alpha+\beta}} = P.$$

No šejienes nepieciešams izsacīt piedāvājuma apjomu (kuru apzīmēsim ar  $Q^S$ ):

$$Q^S = \left( \frac{\alpha}{r_L} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}} \left( \frac{\beta}{r_K} \right)^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}} P^{\frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta}}.$$

Tādējādi garā laika periodā firmas piedāvājuma apjoms pie dotas ražošanas funkcijas (jeb tehnoloģijas) ir darba cenas  $r_L$ , kapitāla cenas  $r_K$  un produkcijas cenas  $P$  funkcija  $Q^S = Q^S(r_L, r_K, P)$ .

Piedāvājuma funkcijas grafiskā konstrukcija parādīta 2.2.zīmējumā.



2.2. zīm.

Ja cena ir  $P_1$ , tad firma, lai gūtu maksimālo peļņu, piedāvās  $Q_1$  produkcijas vienības; pie cenas  $P_2$  firma piedāvās  $Q_2$  produkcijas vienības, u.t.t. Ja cena būs zemāka par  $P_1$ , tad firma pārtrauks dotā labuma ražošanu, jo tāda cena nenosedz visas izmaksas. Tāpēc tieši līknes  $MC$  daļa, kas atrodas virs krustpunkta ar līkni  $AC$ , ir piedāvājuma (pēc cenas) funkcijas grafiks ilgā laika periodā  $Q^S = Q^S(P)$ .

Atradīsim piedāvājuma funkciju firmai, kuras ražošanas funkcija ir  $Q = L^\alpha K^\beta$  īsajā laika periodā! Šajā gadījumā, ja kapitāla apjoms ir fiksēts  $\bar{K}$ , tad

$$Q = L^\alpha \bar{K}^\beta \Rightarrow L = \frac{Q^{\frac{1}{\alpha}}}{\bar{K}^{\frac{\beta}{\alpha}}}.$$

Tāpēc īsā laika kopējās izmaksas ir

$$TC = r_L \frac{Q^{\frac{1}{\alpha}}}{\bar{K}^{\frac{\beta}{\alpha}}} + r_K \bar{K}.$$

Šīm kopējām izmaksām atbilst šādas robežizmaksas:

$$MC = \frac{r_L}{\alpha \bar{K}^{\frac{\beta}{\alpha}}} Q^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}.$$

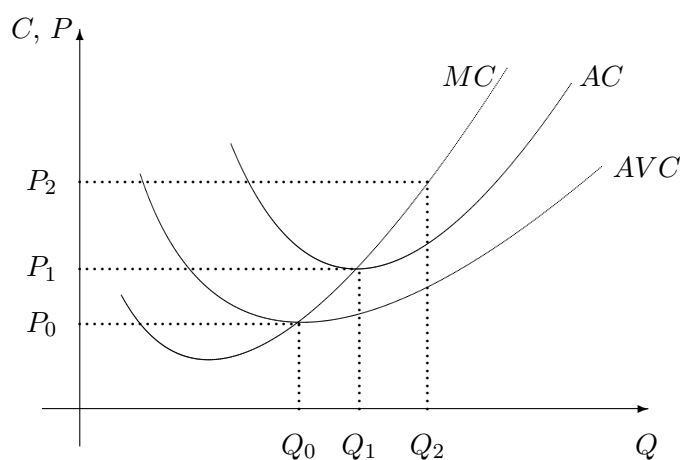


No vienādības  $P = MC$  atradīsim piedāvājuma funkcijas izteiksmi

$$P = \frac{r_L}{\alpha \bar{K}^{\frac{\beta}{\alpha}}} Q^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \Rightarrow Q^S = \alpha \bar{K}^{\frac{\beta}{1-\alpha}} \left( \frac{P}{r_L} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}.$$

Tātad piedāvājuma funkcija īsā laika periodā ir atkarīga ne tikai no cenām, bet arī no kapitāla apjoma:  $Q^S = Q^S(r_L, P, \bar{K})$ .

Tā kā īsā laika periodā izmaksas sadalās patstāvīgās izmaksas un mainīgās izmaksas, tad piedāvājuma funkcijas līkne sākas no robežizmaksu līknes krustpunkta ar vidējo mainīgo izmaksu līkni (2.3.zīm.).

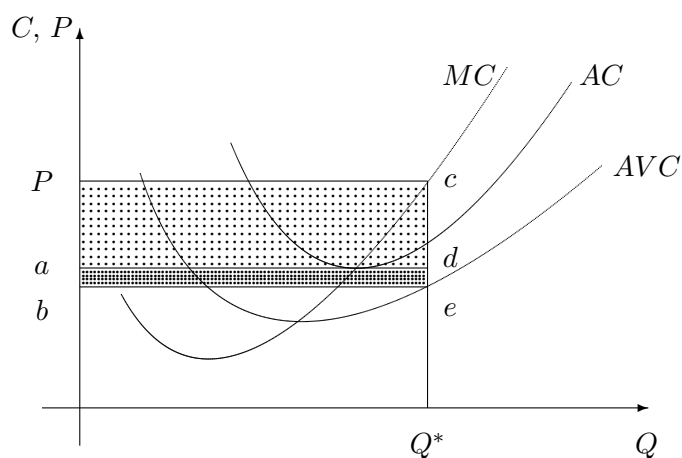


2.3. zīm.

Kad firmas produkcijas cena atrodas intervālā  $P_0, P_1$ , tad firmas ieņēmumi ir mazāki par kopējām izmaksām; bet tā kā cena ietekmē mainīgās izmaksas, tad firma kādu laiku (kamēr nav nepieciešams izmainīt patstāvīgās izmaksas) spēj ražot produkciju.

## Ražotāja pārpalikumi

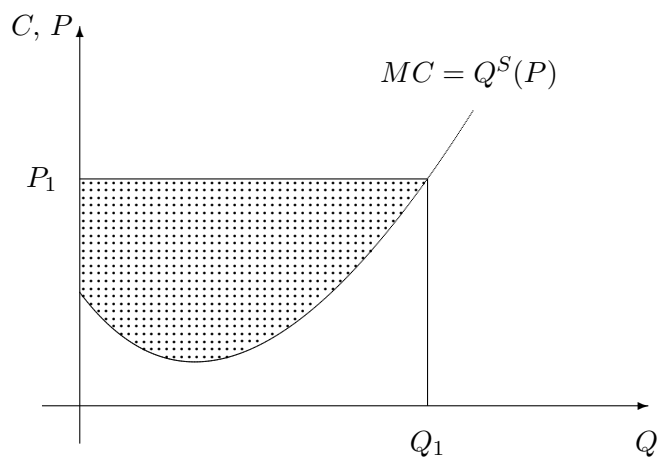
Tā kā īsā laika periodā firma var izlaist produkciju nenosedzot patstāvīgās izmaksas, tad ekonomiskā rezultāta novērtēšanai kopā ar peļņas jēdzienu tiek izmantots jēdziens "ražotāja pārpalikumi". **Ražotāja pārpalikumi** ir vienādi ar starpību starp firmas kopējiem ieņēmumiem un kopējām mainīgām izmaksām. Ražotāja pārpalikumi pārsniedz peļņu par patstāvīgo izmaksu lielumu. Sakarība starp šiem diviem jēdzieniem parādīta 2.4.zīmējumā.



2.4. zīm.

Taisnstūra  $Pcda$  laukums reprezentē peļņu, bet taisnstūris  $abed$  reprezentē ražotāja pārpalikumus. Ražotāja pārpalikumus var uztvert kā maksimālo naudas summu, kuru firma gatava samaksāt par iespēju saražot produkciju īsajā laika periodā.

No iepriekš iegūtajām sakarībām starp robežizmaksām un mainīgajām izmaksām seko, ka ražotāja pārpalikumus var iegūt kā starpību starp ienākumiem un robežizmaksu summu, tas atbilst 2.5.zīmējumā iepunktētajam laukumam. Šī ražotāja pārpalikumu grafiskā reprezentācija ērta tāpēc, ka parāda saistību ar firmas piedāvājuma līkni.



2.5. zīm.

# LEKCIJA NR. 3

## PIEPRASĪJUMS

Individuālā un tirgus pieprasījuma funkcijas  
Pieprasījuma normāla reakcija  
Pieprasījuma anomāla reakcija jeb Gifena paradokss  
Faktori, kas ietekmē pieprasījuma liknes uzvedību

### Individuālā un tirgus pieprasījuma funkcijas

Viens no mikroekonomikas uzdevumiem ir saimniecisko subjektu (mājsaimniecību un uzņēmumu) rīcības motivācijas noteikšana. Mēģināsim noskaidrot, kā izturas mājsaimniecība, pieprasot savu vajadzību apmierināšanai plaša patēriņa preces, kuras tai piedāvā uzņēmums (firma).

Vispārējā veidā kaut kādas noteiktas preces **pieprasījuma funkcija** ir šāda

$$q = f(x_1, x_2, \dots, x_m),$$

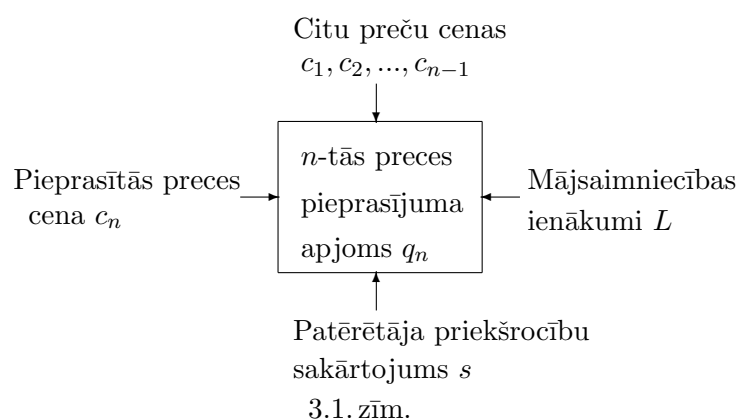
kur  $x_1, x_2, \dots, x_m$  ir pieprasījumu ietekmējošie lielumi.

Noskaidrojot, kā ikviens no ietekmējošiem lielumiem iedarbojas uz preces pieprasījumu, jāatceras, ka ietekmējošie lielumi, izņemot analizējamo, paliek nemainīgi:

$$q = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, x_i, \dots, \bar{x}_m),$$

kur  $x_i$  ir mainīgais lielums, bet  $\bar{x}_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, m \& j \neq i$ , nemainīgi lielumi.

Svarīgākie patērētāja individuālo pieprasījumu ietekmējošie lielumi parādīti 3.1.zīmējumā.



**Individuālā pieprasījuma funkcija** līdz ar to ir šāda

$$q_n = f(c_n; c_1, c_2, \dots, c_{n-1}; L; s).$$

Uz tirgus pieprasījumu iedarbojas papildus vēl citi ietekmējošie lielumi; galvenie no tiem ir dotās preces pircēju skaits  $N$ , kā arī ienākumu un īpašumu sadalījums starp iedzīvotājiem  $G$ . **Tirgus pieprasījuma funkciju** var pierakstīt šādi:

$$q_n = f(c_n; c_1, c_2, \dots, c_{n-1}; L; s; N; G).$$

Pēdējos  $c_1, c_2, \dots, c_{n-1}; L; s; N; G$  sauc par ārpus cenas ietekmējošiem lielumiem. Pieprasījumu parasti pēta noteiktā laika periodā.

## Pieprasījuma normāla reakcija

Pieprasījuma funkcija, kas nosaka preces pieprasījumu atkarībā no cenas, ir šāda

$$q_n = f(c_n),$$

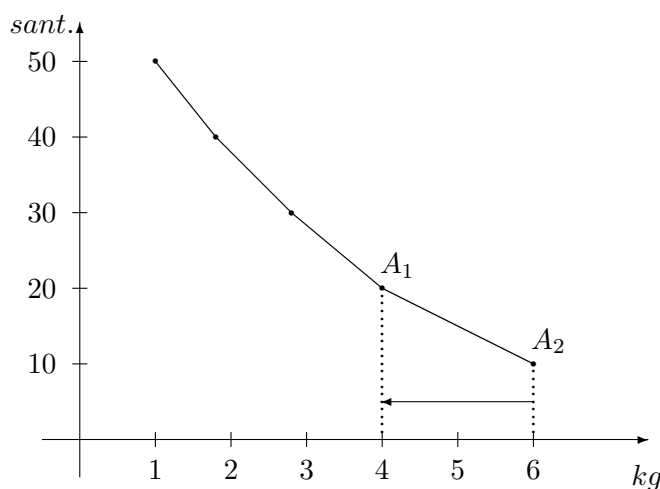
jo pārējie lielumi apskatāmajā laika periodā tiek uzskatīti par konstantiem. To sauc arī par tiešo pieprasījuma funkciju. Funkciju var attēlot arī grafiski. Mikroekonomikas teorijā pieņemts neatkarīgo mainīgo attēlot uz ordinātu ass ( $y$  ass), atkarīgo mainīgo — uz abscisu ass ( $x$  ass).

Mainoties preces cenai, iespējama divu veidu pieprasījuma reakcija. Vispirms — pieprasījuma **normāla reakcija**, jo parasti pieprasījums pēc preces pieaug, pazeminoties preces cenai un otrādi: paaugstinoties preces cenai, pieprasījums pēc preces samazinās.

Banānu cena <i>sant.</i> (par 1 kg)	Banānu pieprasījuma apjoms <i>kg</i>
10	6
20	4
30	2,8
40	1,8
50	1,0

3.2.zīm.

Mājsaimniecības individuālais pieprasījums pēc banāniem attēlots 3.3.zīmējumā.



3.3. zīm.

Apskatot pieprasījuma līknes divus punktus  $A_1$  un  $A_2$ , redzams, ka banānu cenai 10 *sant.* par kilogramu atbilst pieprasījums 6 *kg* apjomā. Paaugstinoties cenai līdz 20 *sant.* par kilogramu, preces pieprasījuma apjoms samazinās līdz 4 *kg*. Cenas maiņas izraisītās pieprasījuma apjoma pārmaiņas sauc par **cenānas efektu**: jo augstāka ir preces cena, jo mazāku preces daudzumu plāno pirkt patērētājs. Šādu sakarību sauc par **pieprasījuma likumu**.

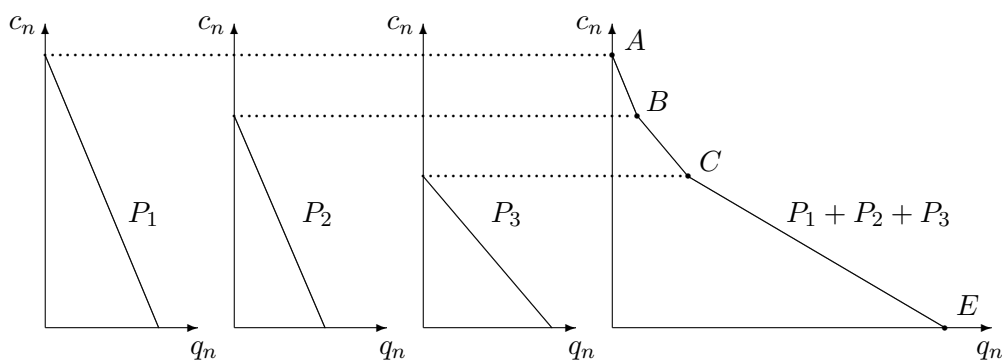
Iemesli šādai reakcijai — cenānas efektam jeb pieprasījuma likumam — ir vairāki:

1) līdz ar cenu celšanos samazinās iedzīvotāju reālā pirktspēja un daudzi iedzīvotāji ar zemiem ienākumiem nevar atļauties pirkt doto preci iepriekšējā daudzumā, līdz ar to dotās preces tirgus sarūk. Ja cena pazeminās, tad patērētāja reālā pirktspēja pieaug, tirgū tiek pirktas papildus preces daudzums un tirgus paplašinās. To sauc par **ienākuma efektu**.

2) preces cenas celšanās padara to salīdzinājumā ar citām aizstājējprečēm relatīvi dārgāku, un pircējs vajadzību pēc dotās preces kompensē ar re-

latīvi lētākas aizstājējpreces iegādi. To sauc par **aizstājamības efektu**. Piemēram, banānu cenas celšanās gadījumā pirktspēja samazinās un tiek vairāk pirkti lētāki augļi, teiksim, āboli.

Tālāk pievērsīsim uzmanību mājsaimniecību grupas pieprasījumam, ko sauc par tirgus pieprasījumu. Tirgus pieprasījuma veidošanās process parādīts 3.4.zīmējumā. Pirmajos trijos zīmējumos dots trīs dažādu mājsaimniecību pieprasījums pēc  $n$ -tās preces, bet ceturtais grafiks attēlo tirgus pieprasījumu.



3.4. zīm.

Jāsecina, ka tirgus pieprasījuma līkne ir lēzenāka nekā individuālā pieprasījuma līknes. Nogrieznī  $CE$  līkne ir vislēzenākā, jo šajā grafika daļā summējas triju pieprasījuma līkņu  $P_1$ ,  $P_2$  un  $P_3$  preces daudzumi.

Individuālā pieprasījuma līknes raksturo īsa laika preču pieprasījumu. Ilglaicīga lietojuma precēm ir tikai tirgus pieprasījuma līknes, jo mājsaimniecība tās parasti pieprasa vienā eksemplārā, lieto ilgi (piemēram, televizors, ledusskapis).

## Pieprasījuma anomāla reakcija jeb Gifena paradokss

Pieprasījuma reakciju, kura pretēja iepriekš aprakstītajai, sauc par **anomālu reakciju** jeb **Gifena efektu** jeb **paradoksu**, jo pirmais šo reakciju apraksījis angļu ekonomists Roberts Gifens (1837-1910). Proti, materiāli slikti nodrošinātas mājsaimniecības, pieaugot galveno eksistenci nodrošinošo pārtikas preču (gaļa, maize, kartupeļi, u.c.) cenām, krasi samazina vai arī pilnībā atsakās no relatīvi dārgākiem pārtikas produktiem, piemēram, gaļas, un pastiprināti pērk kādu lētāku eksistences nodrošināšanai piemērotāku pārtikas produktu, piemēram, kartupeļus.

A.Maršalls (Politekonomikas principi, 1983): "Kā ievērojis R.Gifens, maizes cenas paaugstināšanās izsauca ļoti lielu neapmierinātību nabadzīgo strādnieku ģimenēs un tik ļoti palielina robežderīgumu naudai, ka viņi ir

spiesti samazināt gaļas patēriņu un citu dārgāku miltu izstrādājumu patēriņu; par cik maize joprojām paliek pats lētākais patēriņa produkts, kuru viņi var nopirkt, tad turpinās to pirkt, pie tam lietojot nevis mazāk, bet vairāk.”

Gifena paradoksu varēja novērot arī 1991.gadā Latvijā, kad galveno pārtikas produktu cenas paaugstinājās apmēram trīs reizes. Mazturīgie pircēji vairs nevarēja iegādāties gaļu iepriekšējā daudzumā un daļēji vai pilnīgi aizstāja to ar citiem produktiem: kartupeļiem, makaroniem, u.c.

Pieprasījuma anomāla reakcija vērojama arī gadījumā, kad mājsaimniecību neapmierina kādas preces kvalitāte un tā ir ar mieru iegādāties tādu pašu preci ar augstāku kvalitāti, lai gan tās cena augstākās kvalitātes dēļ nemitīgi aug.

Iepriekš apskatītie pieprasījuma funkcijas uzvedības gadījumi ir raksturīgākie, bet ne vienīgie. Atsevišķos gadījumos iespējamās pieprasījuma funkcijas, kuras ir paralēlas gan  $x$ , gan  $y$  asij.

## Faktori, kas ietekmē pieprasījuma līknes uzvedību

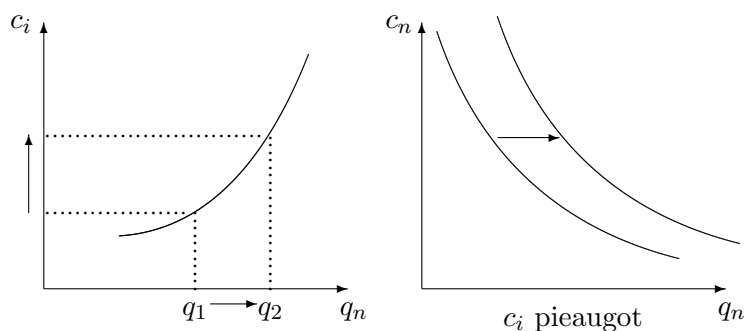
Šeit mēs apskatīsim, kā citu preču cenu izmaiņas un mājsaimniecības ienākumu maiņa ietekmē dotas preces pieprasījumu.

### Citu preču cenu pārmaiņu ietekme uz pieprasījumu

Mēs pieņemsim, ka pārējie pieprasījumu ietekmējošie lielumi paliek nemainīgi, mainās  $i$ -tās preces cena. Citu preču cenu ietekme uz pieprasīto preci ir atkarīga no tā, cik lielā mērā un kādā veidā preces ir savstarpēji saistītas pēc lietojamības.

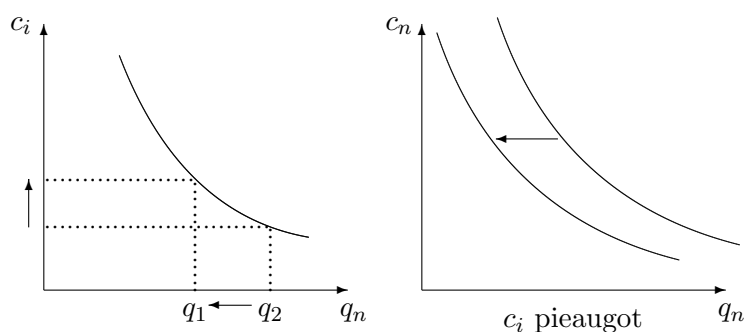
1) *Preces var viena otru aizstāt* starp līdzīgām precēm (sviests un margarīns, malka un akmeņogles, mašīna un sabiedriskais transports) vai vienādām precēm ar atšķirīgu kvalitāti (I un II šķiras milti, Indijas un Ceilonas tēja, kredīta ņemšana dažādās bankās).

Ja paaugstinās precei  $i$  cena  $c_i$ , preces  $n$  pieprasījums  $q_n$  palielinās, un otrādi: ja  $c_i$  samazinās, tad  $q_n$  samazinās.



3.5. zīm.

2) vienas preces lietojums var papildināt otras preces lietojumu (hokeja nūja un hokeja ripa, benzīns un motoreļļa). Ja benzīna cena pieaug, tad automobiļa īpašnieks izmanto vairāk sabiedriskā transporta pakalpojumus un arī motoreļļas pieprasījums samazinās.



3.6. zīm.

3) preces ar dažādu lietojumu nemaina pieprasījumu, mainoties cenai.

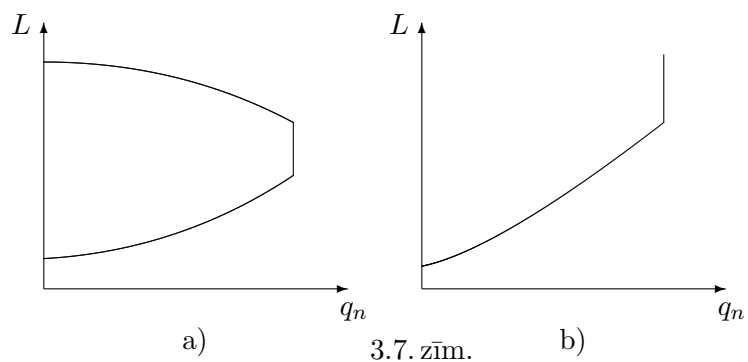
### Mājsaimniecības ienākumu maiņa

Pieaugot ienākumiem  $L$ , mājsaimniecības interese par atsevišķām precēm var palielināties (**normāla prece**), bet var arī samazināties (**mazvērtīga prece**). Tas ir katra pircēja subjektīvs vērtējums. Normāla prece, pieaugot ienākumiem, var kļūt par mazvērtīgu preci. Jēdziens *normāls* un *mazvērtīgs* ir jāsaprot kā relatīvi lielumi. Nozīme šajā preces vērtējumā ir katra pircēja subjektīvam vērtējumam, kurš lielā mērā ir atkarīgs no pircēja ienākumiem. Piemēram, turīgākam pircējam, kura ienākumi ir lieli, mākslīgās ādas kažoks var likties mazvērtīga prece, taču materiāli slikti nodrošinātam pircējam tā ir normāla prece. Tātad normāla prece, pieaugot ienākumiem, var kļūt par mazvērtīgu preci. Proti, pieaugot ienākumiem, sākumā pieprasījums pēc preces  $n$  pieaugs līdz piesātinājuma punktam. Ar laiku patērētājs vairs neizrāda tik lielu interesi par šo preci, un tās patēriņš kādu laiku paliek bez apjoma izmaiņām. Turpinot ienākumu līmenim pieaugt, patēriņš samazinās vai arī pilnīgi izzūd (3.7.zīmējums a)).

Var izveidoties arī tāda situācija kā 3.7.zīmējums b). Pieaugot ienākumiem, preces  $n$  pieprasījums palielinās līdz noteiktam punktam, bet pēc tam vairs nemainās, t.i., iestājas piesātinājums. Piemēram, patērētājs, pieaugot ienākumiem, var atļauties pirkt labākas kvalitātes gaļu lielākā daudzumā, taču viņa pieprasījums ar laiku nostabilizējas, jo ikdienā ģimene nespēj patērēt vairāk par noteiktu daudzumu gaļas. Gaļas pieprasījuma ziņā patērētājam iestāties piesātinājums,



kam ir tieksme palikt nemainīgam. Šādu preci sauc par **piesātinājuma precī**.



# LEKCIJA NR. 4

## PIEPRASĪJUMA FUNKCIJAS KONSTRUĒŠANA (KARDINĀLĀ KONCEPCIJA)

Pirmā hipotēze. Derīguma funkcija

Otrā hipotēze. Gosena pirmais likums. Mengera tabula

Trešā hipotēze. Gosena otrais likums

Individuāla patērētāja pieprasījuma funkcija pie nepārtrauktas derīguma funkcijas

Pamatgrūtības, kas rodas, aprakstot patērētāja uzvedību, saistītas ar kritērija izvēli (mērķa funkciju), saistībā ar kuru patērētājs izveido patēriņa plānu (t.i., sadala budžetu starp pērkamajiem labumiem). Literatūrā ir aprakstītas divas pieejas — kardinālā un ordinālā.

### Pirmā hipotēze. Derīguma funkcija

Kardinālās koncepcijas pirmā hipotēze apgalvo:

**Pirmā hipotēze.** Patērētājs var izteikt savu vēlmi iegādāties noteiktu labumu ar šī labuma derīguma skaitlisku novērtējumu.

Patērētāja derīguma vērtēšanas vienu vienību sauc par *jutili* (*utility* — derīgums). Derīguma vērtējums ir subjektīvs, tāpēc nevar saskaitīt divu patērētāju jutiles vienam un tam pašam labumam. Bet katrs atsevišķs patērētājs ar šiem derīguma vērtējumiem veic visas matemātiskās operācijas kā ar skaitļiem.

**Definīcija.** Sakarību starp labuma derīgumu, ko iegūst patērētājs, un šī labuma (preces) daudzumu sauc par **derīguma funkciju**.

No Pirmās hipotēzes seko, ka patērētāja katram labumam ir vispārējais un robežderīgums. Kopējais derīgums kādam labumam ir visu patērētāja

rīcībā esošo labuma vienību derīgumu summa. Tā 10 ābolu kopējais derīgums ir vienāds ar jutiņu summu, kuras patērētājs piedēvē katram ābolam. Kā izmainīsies kopējā derīguma lielums kādam labumam, ja palielinās šī labuma apjoms?

## Otrā hipotēze. Gosena pirmais likums. Mengera tabula

**Otrā hipotēze.** Robežderīgums labumam dilst, t.i., derīgums katrai nākamajai labuma vienībai, kuru var iegūt patērētājs, ir mazāks par iepriekšējās vienības derīgumu.

Šis apgalvojums — saukts arī par **Gosena pirmo likumu** (Hermanis Gosens (1810-1859) — vācu ekonomists, šis likums atrasts 1854.gadā) — seko no tā, ka cilvēki ir piesātināmi.

Ja pieņēmums par derīguma skaitlisku vērtēšanu un tā robežderīguma dilšanu atbilst realitātei, tad katrs indivīds var sastādīt tabulu, kurā katrai labuma vienībai atbilst derīguma novērtējums. Šādu tabulu sauc par **Mengera tabulu** (K.Mengers, Politiskās ekonomikas pamati, Odesa, 1903). Piemēru var apskatīt 4.1.zīmējumā.

Labuma vienība	maize	piens	cukurs	...
1.	15	12	10	...
2.	10	11	8	...
3.	8	10	6	...
4.	7	7	3	...
5.	5	6	1	...
...	...	...	...	...

4.1.zīm.

## Trešā hipotēze. Gosena otrais likums

**Trešā hipotēze.** Patērētājs tērē savu budžetu tā, lai iegūtu maksimālo derīgumu no iegūtajiem labumiem.

Tātad pēc šīs Trešās hipotēzes patērētājs, orientējoties pēc savas Mengera tabulas, ņemot vērā dotās cenas, veido tādu iepirkuma, kas pie viņa budžeta dod maksimālo jutiņu summu.

Lai sasniegtu šo mērķi, patērētājs vadās pēc **Gosena otrā likuma**: patēriņam izraudzīto preču daudzumu derīguma maksimums tiek sasniegts

tad, ja visu preču pēdējo vienību robežderīgumu attiecības pret atbilstošajām cenām ir vienādas

$$\frac{u_A}{c_A} = \frac{u_B}{c_B} = \dots = \frac{u_Z}{c_Z} = \lambda.$$

∇ Pierādījums tiek veikts no pretējā. Pieņemsim, ka kādam pārim vienādība neizpildās:

$$\frac{u_A}{c_A} > \frac{u_B}{c_B}.$$

Tas nozīmē, ka labuma  $A$  pirkšanas gadījumā vidēji par 1 naudas vienību tiek iegūts lielāks derīgums nekā labuma  $B$  pirkšanas gadījumā. Seko, ka, palielinot labuma  $A$  apjomu un vienlaicīgi samazinot  $B$  apjomu, pie dotā budžeta patērētājs var palielināt savu kopējo derīgumu. Un tikai tad, ja izpildās vienādības visiem labumiem, pie dotā budžeta nevar palielināt kopējā derīguma summu. Šādā gadījumā saka, ka patērētājs sasniedzis līdzsvaru. ■

**Piemērs.** Pieņemsim, ka indivīda derīguma tabula dota 3.1.zīmējumā un viņa rīcībā ir 2 Ls 52 sant. Par šo naudu viņš ir nopircis 3 maizes kukuļus par 20 sant. gabalā, 4 l piena par 28 sant. litrā un 2 kg cukura par 40 sant. kilogramā. Kopējais derīgums šim pirkumam ir

$$(15 + 10 + 8) + (12 + 11 + 10 + 7) + (10 + 8) = 91.$$

Pārbaudīsim, vai šis pirkums atbilst Gosena otrajam likumam!

Pie uzrādītajiem pirkuma apjomiem robežderīgums pienam ir 7, maizei 8, cukuram 8 jutiles. Izdalām robežderīgumus ar preču cenām:

$$\frac{8}{20} = 0,4; \quad \frac{7}{28} = 0,25; \quad \frac{8}{40} = 0,20.$$

Gosena otrā likuma neievērošana norāda uz to, ka var palielināt kopējo derīgumu. Ja atsakās no 2 kg cukura un par iekonomēto naudu nopērk vēl 2 maizes kukuļus, tad Gosena otrais likums būs izpildīts:

$$\frac{5}{20} = \frac{7}{28} = \frac{10}{40} = 0,25.$$

Rezultātā kopējais derīgums ir palielinājies

$$(15 + 10 + 8 + 7 + 5) + (12 + 11 + 10 + 7) + 10 = 95. \blacksquare$$

Saskaņā ar Gosena otro likumu cenas paaugstināšana  $i$ -tajam labumam, nemainoties pārējām cenām un budžetam, samazina šī labuma pieprasījumu:  $c_i$  pieaugums  $\Rightarrow \frac{u_i}{c_i}$  samazinās; lai saglabātu  $\frac{u_i}{c_i} = \lambda$  vienādību, saskaņā ar

Gosena pirmo likumu jāsamazina  $i$ -tā labuma patēriņš (pieaug atbilstošais robežderīgums). Šeit izpaužas arī pieprasījuma likums: pieprasījuma apjoms samazinās, ja cena pieaug, un otrādi, pieprasījuma apjoms palielinās, ja cena samazinās.

Ievērosim, ka viena labuma cenas izmaiņa rada izmaiņas patērētāja patēriņa struktūrā; rezultātā var izmainīties ne tikai dotā labuma pieprasījuma apjoms, bet var mainīties arī citu labumu pieprasījumu apjomi. Tādējādi indivīda pieprasījuma apjoms pēc noteikta labuma ir atkarīgs ne tikai no šī labuma cenas, bet arī pārējo labumu cenām.

Ja cenas labumiem nemainās, bet pieaug patērētāja budžets, tad patērētājs var paaugstināt kopējo derīgumu, palielinot pieprasījuma apjomu pēc labumiem, kuru robežderīgums lielāks par 0. Tāpēc reizē ar budžeta ( $\approx$ ienākumu) pieaugumu palielinās indivīda pieprasījuma apjoms.

## Individuāla patērētāja pieprasījuma funkcija pie nepārtrauktas derīguma funkcijas

Indivīda pieprasījuma apjoms tādējādi ir atkarīgs no dotā labuma cenas  $c_i$ , pārējo labumu cenām  $c_j$  un indivīda budžeta ( $\approx$ ienākumiem), t.i.,  $q_i = f(c_i; c_j; L)$ .

Mengera tabula reprezentē diskrētu derīguma funkciju. Ja derīguma funkcija ir *nepārtraukta*, tad Gosena otro likumu un pieprasījuma funkciju pēc katra labuma var izsecināt analītiski.

**Piemērs.** Pieņemsim, ka indivīds lieto 3 labumus  $A$ ,  $B$  un  $C$ . Apzīmēsim ar  $q_A$ ,  $q_B$  un  $q_C$  labumu daudzumus. Pieņemsim, ka indivīda derīguma funkcija ir

$$u = q_A^\alpha q_B^\beta q_C^\gamma, \quad 0 < \alpha, \beta, \gamma < 1.$$

Ja indivīda budžets ir  $L$ , tad budžeta ierobežojums būs

$$c_A q_A + c_B q_B + c_C q_C = L.$$

Lai uzzinātu, kāda pieprasījuma struktūra dod maksimālo derīgumu, nepieciešams risināt nosacītā ekstrēma uzdevumu: atrast derīguma funkcijas maksimumu, kur saites funkcija ir budžeta ierobežojums. Uzdevumu var atrisināt ar Lagranža metodi. Vispirms sastādām Lagranža funkciju

$$\Phi = q_A^\alpha q_B^\beta q_C^\gamma - \lambda(c_A q_A + c_B q_B + c_C q_C - L).$$

Atrodam Lagranža funkcijas parciālos atvasinājumus un pielīdzinām tos 0:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi}{\partial q_A} = \alpha q_A^{\alpha-1} q_B^\beta q_C^\gamma - \lambda c_A = 0 & \Rightarrow \alpha q_A^{\alpha-1} q_B^\beta q_C^\gamma = \lambda c_A; & (4.1) \\ \frac{\partial \Phi}{\partial q_B} = \beta q_A^\alpha q_B^{\beta-1} q_C^\gamma - \lambda c_B = 0 & \Rightarrow \beta q_A^\alpha q_B^{\beta-1} q_C^\gamma = \lambda c_B; & (4.2) \\ \frac{\partial \Phi}{\partial q_C} = \gamma q_A^\alpha q_B^\beta q_C^{\gamma-1} - \lambda c_C = 0 & \Rightarrow \gamma q_A^\alpha q_B^\beta q_C^{\gamma-1} = \lambda c_C. & (4.3) \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = c_A q_A + c_B q_B + c_C q_C - L = 0 \end{cases}$$

Tā kā vienādību (4.1)-(4.3) kreisajās pusēs atrodas katra labuma robežderīgums, tad jāsecina, ka derīguma funkcijas maksimizācijas nosacījums izsaka Gosena otro likumu.

Izdalot vienādību (4.1) ar pārējām divām (4.2) un (4.3) pēc kārtas, iegūsim

$$\frac{\alpha q_A^{\alpha-1} q_B^\beta q_C^\gamma}{\beta q_A^\alpha q_B^{\beta-1} q_C^\gamma} = \frac{\lambda c_A}{\lambda c_B} \Rightarrow \frac{\alpha q_B}{\beta q_A} = \frac{c_A}{c_B} \Rightarrow q_B = \frac{\beta q_A c_A}{\alpha c_B},$$

$$\text{līdzīgi } q_C = \frac{\gamma q_A c_A}{\alpha c_C}.$$

Ievietojot iegūtās vērtības budžeta vienādojumā, iegūsim indivīda pieprasījuma funkciju pēc labuma  $A$

$$L = c_A q_A + c_B \frac{\beta q_A c_A}{\alpha c_B} + c_C \frac{\gamma q_A c_A}{\alpha c_C} = c_A q_A \left( 1 + \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\gamma}{\alpha} \right) \Rightarrow$$

$$q_A^* = \frac{\alpha L}{(\alpha + \beta + \gamma) c_A}.$$

Līdzīgi, atbilstoši izsakot, iegūsim

$$q_B^* = \frac{\beta L}{(\alpha + \beta + \gamma) c_B} \text{ un } q_C^* = \frac{\gamma L}{(\alpha + \beta + \gamma) c_C}.$$

Ievērosim, ka  $q = f(c_q)$  un nav atkarīgs no citām cenām. Tas saistīts ar derīguma funkcijas izvēli. ■

Ja derīguma funkcija ir

$$u = (q_A + k)^\alpha (q_B + l)^\beta (q_C + m)^\gamma, \quad k, l, m \text{ — konst.},$$

tad labumu pieprasījuma funkcijās būs novērojama atkarība no visām cenām

$$q_A^* = -k + \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma} \frac{L + k c_A + l c_B + m c_C}{c_A},$$

$$q_B^* = -l + \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma} \frac{L + k c_A + l c_B + m c_C}{c_B},$$

$$q_C^* = -m + \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma} \frac{L + k c_A + l c_B + m c_C}{c_C}.$$

Tas nozīmē, ka šīs preces ir savstarpēji saistītas (aizstājamas preces — vienas cenas palielināšanās izsauc citas pieprasījuma palielināšanos).

Papildinošo preču gadījumā derīguma funkcija varētu izskatīties, piemēram, šāda

$$u = \frac{q_H q_G}{q_H + q_G}.$$

Atbilstošās pieprasījuma funkcijas būs

$$q_H^* = \frac{L}{c_H + \sqrt{c_H c_G}} \text{ un } q_G^* = \frac{L}{c_G + \sqrt{c_H c_G}}.$$

Pieprasījuma apjoms var būt arī neatkarīgs no patērētāja budžeta. Piemēram, ja indivīda derīguma funkcija ir

$$u = q_F + \sqrt{q_G},$$

tad pieprasījumu izsaka funkcijas

$$q_F^* = \frac{L}{c_F} - \frac{c_F}{4c_G} \text{ un } q_G^* = \left( \frac{c_F}{2c_G} \right)^2,$$

proti, pieprasījums pēc labuma  $G$  ir atkarīgs tikai no cenu vektora neatkarīgi no budžeta.

## LEKCIJA NR. 5

### PIEPRASĪJUMA FUNKCIJAS KONSTRUĒŠANA (ORDINĀLĀ KONCEPCIJA)

Modela piecas hipotēzes un to sekas  
Aizstājamības robežnorma  
Vienādo derīgumu karte  
Patērētāja līdzsvars

#### Modela piecas hipotēzes un to sekas

Saskaņā ar kardinālās koncepcijas Pirmo hipotēzi indivīds ir spējīgs skaitliski izmērīt derīgumu katrai patēriņa preces vienībai. Diemžēl praktiski šī hipotēze nedarbojas. Tāpēc tika izstrādāts tāds patērētāja uzvedības modelis, kurš balstās uz hipotēzēm par indivīda darīguma sakārtotu vērtēšanu.

Ordinālajā pieejā patērētājs vērtē un salīdzina nevis atsevišķas labuma vienības, bet komplektus — patēriņa grozus. Pie tam no viņa netiek prasīts, par cik vai cik reizes viens grozs derīgāks par otru; pietiek konstatēt, kuru no diviem groziem viņš atzīst par labāku. Ordinālās koncepcijas pamatā ir 5 hipotēzes.

**Priekšrocību sakārtojuma pilnīguma hipotēze:** ja ir doti divi atšķirīgi patēriņa grozi, tad patērētājs vienmēr spēj pateikt, kurš grozs labāks vai atzīt tos par vienādi labiem.

**Nepiesātināmības hipotēze:** patērētājs dod priekšroku lielākam daudzumam dotā labuma.

**Transitivitātes hipotēze:** ja patērētājs dod priekšroku grozam  $A$  salīdzinājumā ar  $B$ , bet grozam  $B$  ir priekšroka salīdzinājumā ar grozu  $C$ , tad grozam  $A$



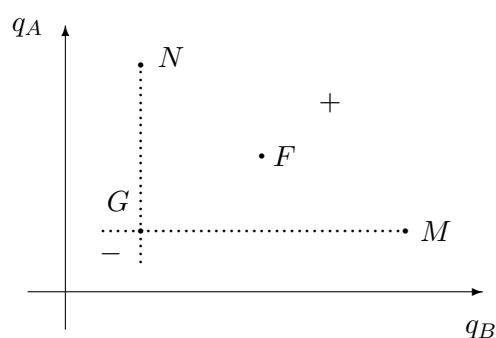
ir priekšroka pār grozu  $C$ . Tāpat, ja  $A$  un  $B$  ir vienādi vēlamī un  $B$  un  $C$  ir vienādi vēlamī, tad  $A$  un  $C$  arī ir vienādi vēlamī.

Transitivitātes hipotēze ļauj viennozīmīgi sarunāt labumu grozus pēc to priekšrocības neatkarīgi no tā, kādā secībā salīdzināti pāri.

**Refleksivitātes hipotēze:** ja patērētājam jāizšķiras starp diviem vienādiem groziem, tad patērētājs uzskata, ka neviens no tiem nav sliktāks par otru.

Pamatojoties uz šīm 4 hipotēzēm var izdarīt dažus secinājumus par patērētāja uzvedību tirgū.

Ja patērētājs vērtē tādus grozus, kas satur tikai 2 labumus, tad viņa izvēles kopu var reprezentēt grafiski kā 5.1. zīmējumā.



5.1. zīm.

Uz koordinātu asīm ir atlikti preču daudzumi (apjomi). Ja patērētāja grozs sastāv no 3 precēm, tad izvēles apgabals veido 3-dimensiju telpu,  $n$  labumu gadījumā —  $n$ -dimensiju telpu. Ērtības labad apskatīsim situāciju ar 2 labumiem (var arī uzskatīt, ka kāds no tiem veido patērētāja grozu). No Nepiesātināmības hipotēzes seko, ka patērētājs dod priekšroku grozam  $F$  salīdzinājumā ar  $G$ , jo grozā  $F$  ir skaitliski vairāk abu preču; tāpat groziem  $N$  un  $M$  ir priekšroka salīdzinājumā ar  $G$ . Bet par groziem  $F$  un  $M$  vai  $F$  un  $N$  pagaidām informācija ir nepietiekama. Saskaņā ar Nepiesātināmības hipotēzi kustība no punkta  $G$   $ZA$  virzienā paaugstina patērētāja labklājības līmeni, bet  $DR$  virzienā samazina.

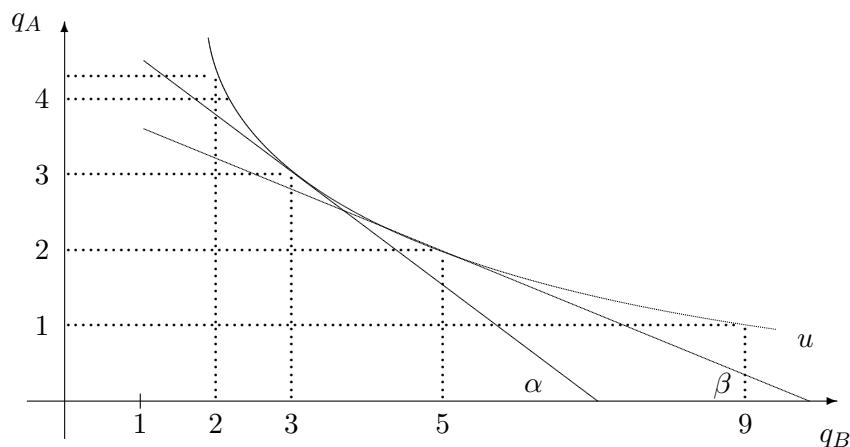
Pēc Priekšrocību sakārtojuma pilnīguma hipotēzes seko, ka patērētājs daudzus patērētāja grozus var uzskatīt par vienādi labiem.

**Definīcija.** Divu labumu telpā to punktu kopu, kurus patērētājs uzskata par vienādi labiem, sauc par **vienādo derīgumu līkni**. (Vienādo derīgumu līkne ir ģeometriskā vieta plaknē visām tām savstarpēji aizstājamo preču kombinācijām, kuru derīguma līmeņi pēc mājāsaimniecības subjektīvā derīguma vērtējuma ir vienādi.)

No Nepiesātinātības hipotēzes seko, ka vienādo derīgumu līknei ir negatīvs pieaugums: grozi ar vienādu derīgumu kā  $G$  nevar atrasties 5.1.zīmējumā apgabalos, kas atzīmēti ar + un - zīmēm. Precīzāku vienādo derīgumu līknes uzvedību nosaka piektā hipotēze.

**Izliektības hipotēze:** Vienādo derīgumu līkne ir izliekta uz leju.

Ilustrācijai apskatīsim 5.2.zīmējumu.



5.2. zīm.

Lai saglabātu esošo labklājības līmeni (atrastos uz tās pašas vienādo derīgumu līknes), katram nākošajam labuma  $A$  daudzumam ir jākompensējas ar pieaugošu labuma  $B$  daudzumu. No labuma  $A$  4-tās vienības indivīds būs gatavs atteikties tikai apmaiņā par nepilnu vienu vienību labuma  $B$ ; no labuma  $A$  3-ās vienības viņš atteiksies tikai tad, ja dabūs 2 vienības labuma  $B$ , utt. Izliektības hipotēze ir ekvivalenta Gosena pirmajam likumam: pie maziem labuma daudzumiem katra tā vienība tiek vērtēta augstāk nekā pie lieliem labuma daudzumiem.

## Aizstājamības robežnorma

**Definīcija.** Par labuma  $A$  aizstājamības robežnormu  $ARN$  ar labumu  $B$  sauc tādu lielumu, kurš parāda, par cik var samazināt labuma  $A$  daudzumu, ja palielina labuma  $B$  daudzumu par 1 vienību, pie tam neizmainot patērētāja labklājības līmeni.

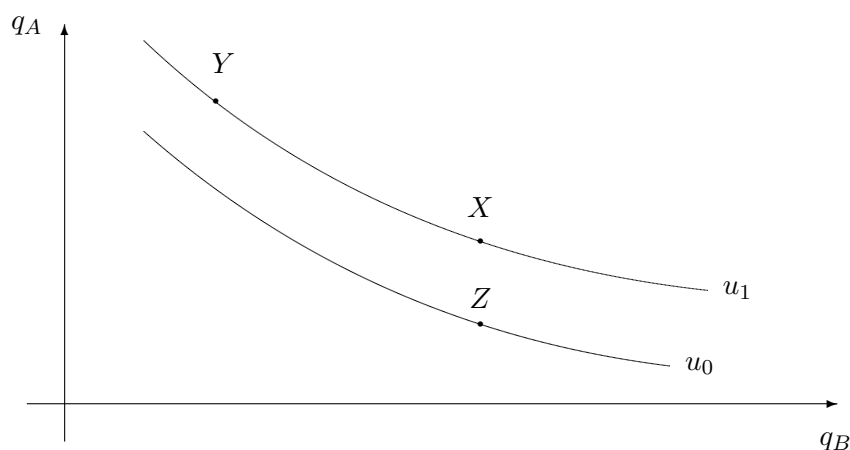
No šīs definīcijas seko, ka robežnorma diviem labumiem grafiski izsakās ar pieskares virziena koeficientu, kur pieskare novilkta vienādo derīgumu līknes tanī punktā, kas izsaka šo vienību daudzumus. 5.2.zīmējumā labuma

$A$  aizstājamības robežnorma ar labumu  $B$  ir vienāda ar  $tg\alpha$ , ja patērētājam dotajā laika momentā ir 3 vienības labuma  $A$  un 3 vienības labuma  $B$ , un tā ir vienāda ar  $tg\beta$ , ja patērētājam dotajā laika momentā ir 2 vienības labuma  $A$  un 5 vienības labuma  $B$ . Tā kā vienādo derīgumu līknes kāpums ir negatīvs, tad attiecība  $ARN = \frac{\Delta q_B}{\Delta q_A} < 0$ , t.i., robežnorma ir vienmēr negatīvs skaitlis.

## Vienādo derīgumu karte

**Definīcija.** Visu vienādo derīgumu līkņu kopu divu labumu plaknē sauc par **vienādo derīgumu karti**.

Vienādo derīgumu karte viennozīmīgi izsaka patērētāja vēlmes un ļauj paredzēt viņa attieksmi pret jebkuriem diviem atšķirīgu labumu plāniem. Tā, piemēram, no 5.3.zīmējuma var apgalvot, ka starp patēriņu groziem  $Y$  un  $Z$  patērētājs izvēlēšies  $Y$ , jo pēc Nepiesātinātības hipotēzes viņš dod priekšroku  $X$  salīdzinājumā ar  $Z$ , bet  $Y$  un  $X$  viņam ir vienādi labi, jo atrodas uz vienas vienādo derīgumu līknes.



5.3. zīm.

Tātad, ja līkne atrodas tālāk no koordinātu sākumpunkta, jo augstākam labklājības līmenim tā atbilst.

Pēc definīcijas vienādo derīgumu līknes nevar savstarpēji krustoties, jo to krustpunkts nozīmētu tādu labumu kombināciju, kas dotajā mirklī patērētājam ir ar atšķirīgiem derīgumiem. Bet vienādo derīgumu līknes var atrasties paralēli vienai no koordinātu asīm, tas parāda indivīda vēlmi vairāk pēc kāda viena labuma, pieaugot viņa labklājības līmenim.

Vienādo derīgumu karte ordinālajā koncepcijā izpilda to pašu lomu, ko

Mengera tabula kardinālajā koncepcijā. Uz tās bāzes indivīds veido patēriņa plānu, maksimizējot pie dotajām cenām un budžeta savu derīgumu.

## Patērētāja līdzsvars

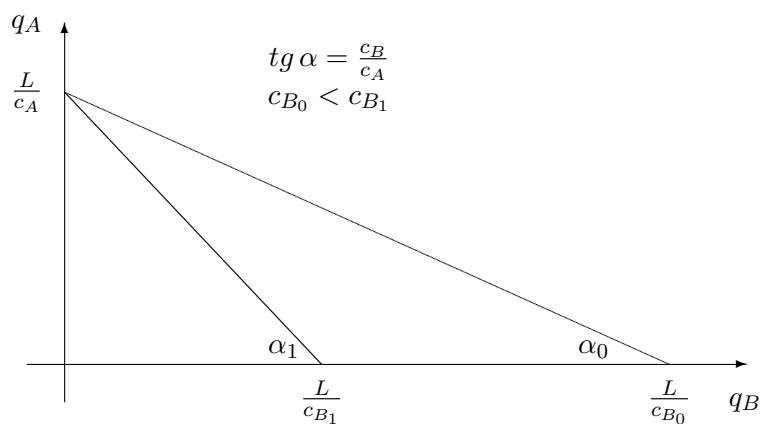
Divu labumu gadījumā budžeta ierobežojumu izsaka vienādība

$$L = q_A c_A + q_B c_B.$$

No šīs vienādības var izteikt  $q_A$ :

$$q_A = \frac{L}{c_A} - \frac{c_B}{c_A} q_B. \quad (5.1)$$

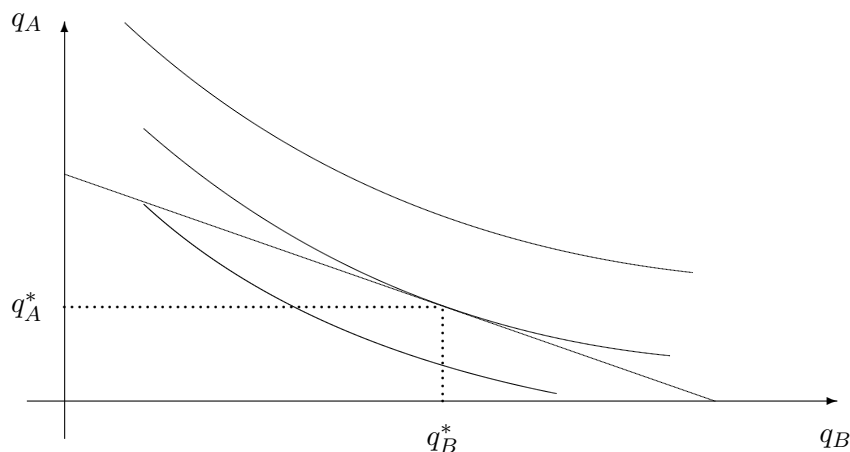
Šo vienādojumu (5.1) sauc par budžeta līniju, visi tās punkti pārstāv tās divu labumu kombinācijas, kuras ir iespējamas pie dotā budžeta. No vienādojuma (5.1) seko, ka budžeta līnijai ir negatīvs virziena koeficients; tās leņķi nosaka cenu attiecība, bet attālumu no koordinātu sākumpunkta nosaka budžeta lielums. Ja pie fiksēta budžeta un neizmainītas labuma  $A$  cenas labuma  $B$  cena pazeminās, tad virziena koeficients arī samazinās ( $\alpha_1 > \alpha_0$ ).



Ja pie fiksētām cenām palielinās patērētāja budžets, tad budžeta taisne atvērās no koordinātu sākumpunkta paralēli pati sev.

Lai noteiktu to patēriņa grozu, kas dod patērētājam maksimālo derīgumu pie dotām cenām un budžeta apjoma, ir pietiekami vienādo derīgumu kartē iezīmēt budžeta taisni. Budžeta taisnes pieskaršanās punkts ar vienādo

derīgumu līniju norāda uz meklēto labumu grozu (5.5.zīmējums).



5.5. zīm.

Formāla pazīme, ka patērētājs sasniedz maksimālo derīgumu pie dotā budžeta, ir vienādība starp abu preču aizstājamības robežnormas absolūto vērtību un šo preču cenu attiecību

$$|ARN| = \frac{c_B}{c_A}, \quad (5.2)$$

jo vienādo derīgumu līknes pieskaršanās punktā ar budžeta līniju abu līniju virziena koeficienti ir vienādi.

Divu labumu aizstājamības robežnormu raksturo konkrēta patērētāja šo labumu ekvivalences subjektīvo novērtējumu, bet cenu attiecība — objektīvo (tīrgus) novērtējumu. Kad abi šie novērtējumi sakrīt, patērētājs sasniedz maksimālo derīgumu pie sava budžeta, citiem vārdiem sakot, patērētājs atrodas līdzsvara stāvoklī. Nosacījums (5.2) ir ekvivalents ar Gosena otro likumu.

**Uzdevums.** Andreja budžets ir 21 naudas vienība, tas paredzēts divu labumu  $A$  un  $B$  iegādei. Andreja attieksmi pret šiem labumiem izsaka derīguma funkcija

$$u = \ln \left( (q_A + 1)^{1,5} + q_B^{0,5} \right).$$

Labumu cenas ir  $c_A = 9$  un  $c_B = 1$ . Andrejs nopirka 2 vienības labuma  $A$  un 3 vienības labuma  $B$ .

- 1) Vai Andrejs ir optimāli iztērējis savu budžetu?
- 2) Kāds labumu daudzums dos Andrejam maksimālo derīgumu, ja viņa budžets samazināsies līdz 13,5 naudas vienībām?
- 3) Kā izmainīsies Andreja patēriņa grozs, ja pie dotā budžeta labuma  $B$

cena samazināsies līdz  $\frac{9}{16}$  naudas vienībām?

4) Izmantojot iepriekšējos novērojumus, ielikt + vajadzīgajās tabulas vietās.

Labums	aizstājēj- preces	papildinošas preces	normāla prece	mazvērtīga prece	Gifena efekts
A					
B					

**Atrisinājums.**

1) Līdzsvara nosacījums ir  $\frac{u'_{q_A}}{u'_{q_B}} = \frac{c_A}{c_B}$ . Atrodam parciālos atvasinājumus:

$$\frac{\partial u}{\partial q_A} = \frac{1,5(q_A+1)^{0,5}}{(q_A+1)^{1,5}+q_B^{0,5}} \text{ un } \frac{\partial u}{\partial q_B} = \frac{0,5q_B^{-0,5}}{(q_A+1)^{1,5}+q_B^{0,5}}.$$

$$\frac{u'_{q_A}}{u'_{q_B}} = \frac{3\sqrt{q_A+1}}{2 \cdot 0,5 \cdot q_B^{0,5}} = 3\sqrt{q_A+1}\sqrt{q_B} = \frac{9}{1}.$$

Tā kā  $q_A = 2$  un  $q_B = 3$ , tad  $3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 9 = \frac{9}{1}$ .

Atbilde: Andrejs ir optimāli izmantojis savu budžetu.

2) No līdzsvara nosacījuma  $3\sqrt{q_B}\sqrt{q_A+1} = \frac{c_A}{c_B}$  seko, ka

$$\sqrt{q_B} = \frac{c_A}{3c_B\sqrt{q_A+1}} \text{ jeb } q_B = \frac{c_A^2}{9c_B^2(q_A+1)}.$$

No budžeta vienādojuma

$$13,5 = c_A q_A + c_B \cdot \frac{c_A^2}{9c_B^2(q_A+1)} = 9q_A + \frac{81}{9(q_A+1)} = \frac{9(q_A^2+q_A+1)}{q_A+1} \Rightarrow$$

$$9q_A^2 + 9q_A + 9 = 13,5q_A + 13,5 \Rightarrow 2q_A^2 - q_A - 1 = 0 \Rightarrow q_A^* = 1 \text{ (jo } q_A^* \geq 0).$$

Atbilstoši  $q_B^* = \frac{81}{9 \cdot 1 \cdot (1+1)} = 4,5$ .

Atbilde:  $q_A^* = 1$ ,  $q_B^* = 4,5$

3) Līdzsvara stāvoklī budžeta vienādība ir

$$21 = 9q_A + \frac{81 \cdot 16}{9 \cdot 9 \cdot (q_A+1)} \Rightarrow q_A^2 - \frac{4}{3}q_A - \frac{5}{9} = 0 \Rightarrow$$

Atbilde:  $q_A = \frac{5}{3}$  un  $q_B = \frac{32}{3}$

4)

Labums	aizstājēj- preces	papildinošas preces	normāla prece	mazvērtīga prece	Gifena efekts
A	+		+		
B	+			+	

# LEKCIJA NR. 6

## AIZSTĀJAMĪBAS UN IENĀKUMU EFEKTI

- Hiksa aizstājamības efekts
- Hiksa ienākumu efekts
- Slucka efektu sadalījums
- Cenu indeksi

Noskaidrosim preces pieprasījuma apjoma izmaiņas, ko izraisa preču aizstājamība un ienākumi pie

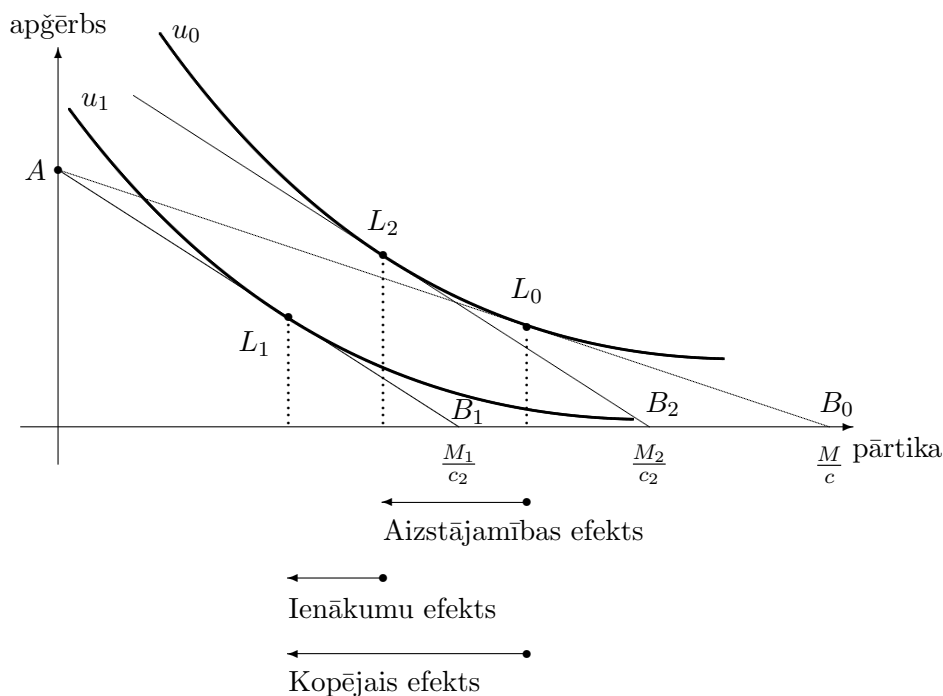
- ★ nemainīga derīguma līmeņa,
- ★ nemainīga pirktspējas līmeņa.

Šos atsevišķos gadījumus izstrādājuši Hikss un Sluckis.

### Hiksa aizstājamības efekts

Pieņemsim, ka tiek patērētas divas preces: pārtika un apģērbs. Palielinoties pārtikas cenai no  $c_1$  uz  $c_2$ , budžeta taisne pagriežas punktā  $A$  pulksteņrādītāju kustības virzienā pa kreisi no  $B_0$  uz  $B_1$  (6.1.zīmējums). Jaunais līdzsvara punkts  $L_1$  atrodas uz vienādo derīgumu līknes  $u_1$ , kurai ir zemāks derīguma līmenis nekā vienādo derīgumu līknei  $u_0$ . Lai varētu šo preču patēriņā sasniegt iepriekšējo derīguma līmeni, nepieciešams palielināt ienākumus (6.1.zīmējumā ienākumi apzīmēti ar burtu  $M$ ) tikmēr, līdz budžeta taisne veidotu pieskares punktu ar  $u_0$ . Tāpēc pārbīda budžeta taisni  $B_1$  paralēli pa labi ( $B_1 \rightarrow B_2$ ), līdz tiek iegūts jauns līdzsvara punkts  $L_2$  ar sākotnējo vienādo derīgumu līkni  $u_0$ . Redzams, ka iepriekšējais derīguma līmenis tiek sasniegts ar preču kombināciju atšķirīgu no sākotnējās preču kombinācijas. Pārtika tiek patērēta mazāk, jo tās cena ir pieaugusi, bet apģērbs vairāk, jo tā cena attiecībā pret pārtikas cenu ir pazeminājusies. Šo preču kombināciju maiņu ir izraisījis

aizstājāmības efekts.



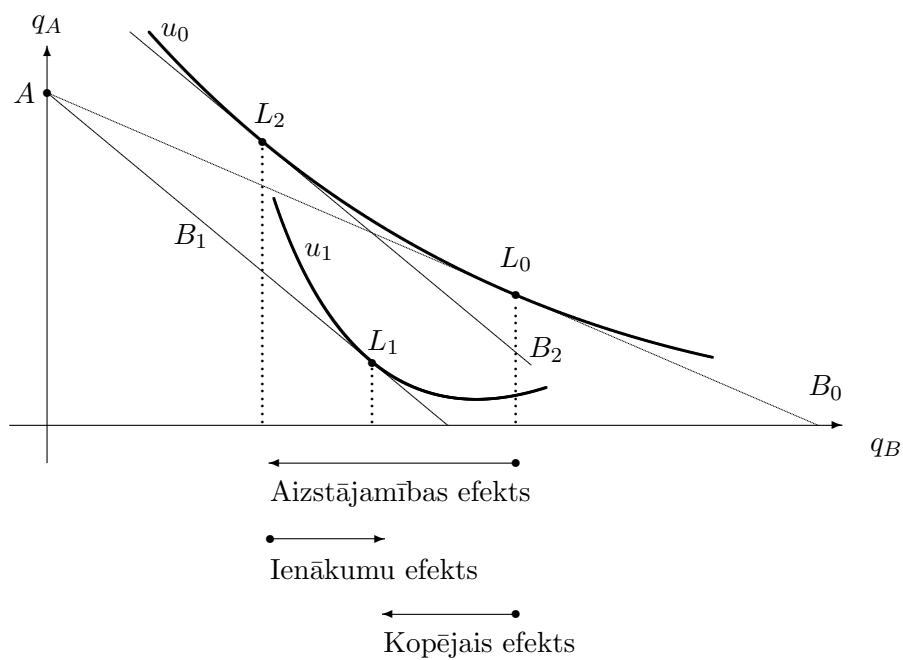
6.1. zīm.

Redzams, ka tas ir negatīvs, proti, tā darbības virziens ir pretējs cenas maiņai. Apskatītajā piemērā pārtikas cena pieaug, bet tās pieprasījuma apjoms aizstājāmības efekta darbības rezultātā samazinās. Varam secināt: *ja kāda prece kļūst dārgāka, tad patērētāja pieprasījums pēc šīs preces samazinās un tā tiek aizstāta ar relatīvi lētākām precēm.* Tas balstās uz pieņēmumu, ka pārtikas preču cenas pieauguma izraisītais reālo ienākumu samazinājums tiek kompensēts un ienākumu efekts nedarbojas.

## Hiksa ienākumu efekts

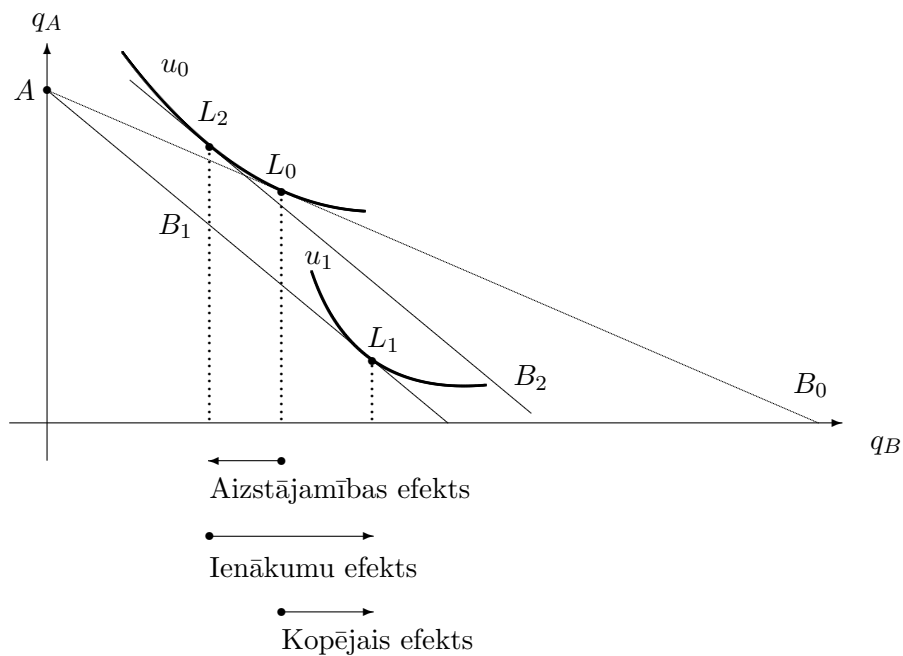
Patiesībā, ja šie ienākumi netiek kompensēti vai no valsts, vai arī no cita ienākumu kompensācijas avota, darbojas arī **ienākumu efekts**, kurš *normālas preces* gadījumā vērsts vienā virzienā ar aizstājāmības efektu, proti, tas arī attiecībā pret cenas pārmaiņām ir negatīvs (6.1.zīmējums). Ja prece ir *mazvērtīga*, tad ienākumu efekts ir pozitīvs un darbojas pretējā virzienā kā aizstājāmības efekts, taču summārais efekts paliek negatīvs (6.2.zīmējums).





6.2. zīm.

*Gīfena* gadījumā ienākumu efekts ir pozitīvs un ir lielāks par aizstājāmības efektu, bet summārais efekts ir pozitīvs attiecībā uz cenu pārmaiņām (6.3.zīmējums).

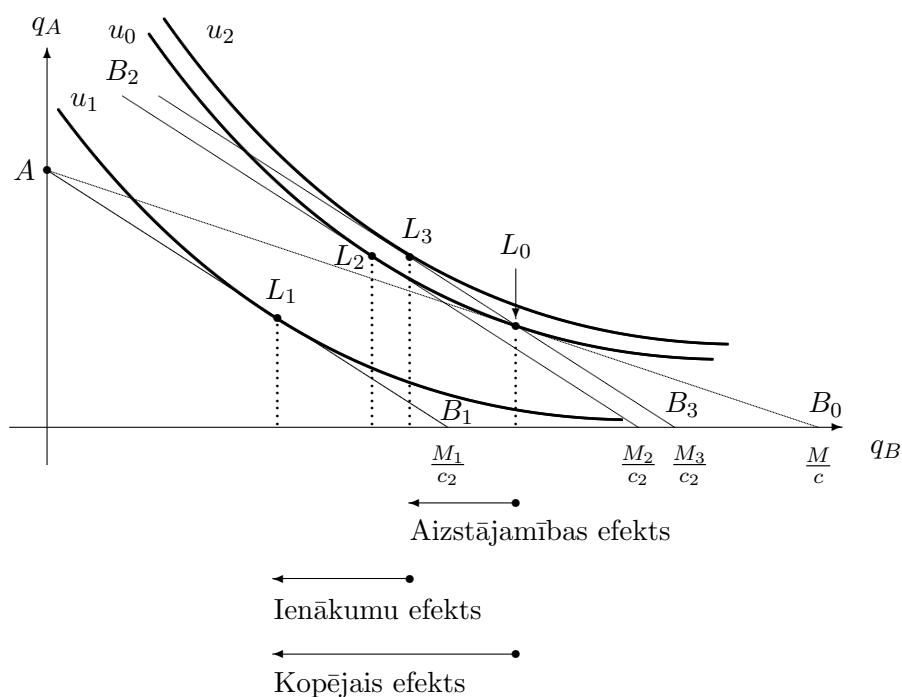


6.3. zīm.

Hiksa efektu sadalījumā ienākumi tiek kompensēti tik daudz, lai sasniegtu sākotnējo derīguma līmeni. Tāpēc budžeta taisne pārvietojas no  $B_1$  uz  $B_2$  (6.4.zīmējums).

## Slucka efektu sadalījums

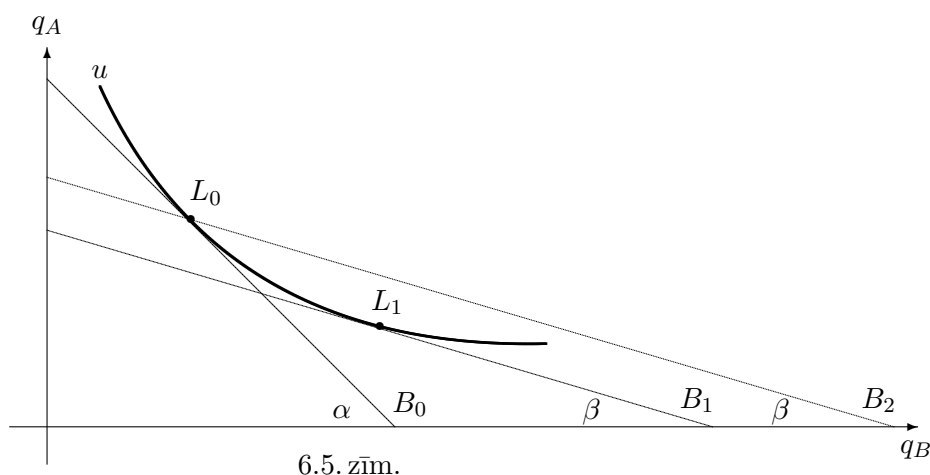
Slucka efektu sadalījumā ienākumi tiek palielināti tik daudz, lai kompensētu iepriekšējo pirktspēju. Budžeta taisne  $B_1$  pārvietojas pa labi līdz  $B_3$ , kad tiek sasniegta sākotnējā kombinācija  $L_0$ . Tas ļauj sasniegt vienādo derīgumu līkni  $u_2$ , kuras derīguma līmenis ir augstāks par sākotnējo  $u_0$ . Saskaņā ar Hiksa teoriju ienākumu efekts ir no  $L_2$  līdz  $L_1$ , aizstājamības efekts no  $L_0$  līdz  $L_2$  (6.4.zīmējums), bet Slucka teorijā ienākumu efekts ir no  $L_3$  līdz  $L_1$ , bet aizstājamības efekts no  $L_0$  līdz  $L_3$ . Tātad abos gadījumos tie ir dažādi, taču pie mazām cenu izmaiņām tie kļūst gandrīz vienādi.



6.4. zīm.

## Cenu indeksi

Novērtēt skaitliski patēriņa cenu izmaiņas ietekmi uz indivīda labklājību palīdz izdevumu indekss, kas norāda dota labklājības līmeņa saglabāšanas tendences. Šī jēdziena definēšanai izmantosim 6.5.zīmējumu.



Pieņemsim, ka pie dotas labumu  $A$  un  $B$  cenu attiecības  $\frac{c_{B0}}{c_{A0}} = \operatorname{tg} \alpha$  patērētājs iegādājas patēriņa grozu, kas apzīmēts ar punktu  $L_0$ . Par šo grozu patērētāja izdevumi ir  $M_0 = c_{A0}q_{A0} + c_{B0}q_{B0}$ . Pieņemsim, ka pēc cenu izmaiņas cenu attiecība ir  $\frac{c_{B1}}{c_{A1}} = \operatorname{tg} \beta$ . Lai saglabātu sākotnējo labklājības līmeni, patērētājam jāpērk patēriņa grozs, kurš zīmējumā apzīmēts ar punktu  $L_1$ ; izdevumi par šo grozu ir  $M_1 = c_{A1}q_{A1} + c_{B1}q_{B1}$ . **Izdevumu indekss** šajā gadījumā ir

$$I_R = \frac{M_1}{M_0} = \frac{c_{A1}q_{A1} + c_{B1}q_{B1}}{c_{A0}q_{A0} + c_{B0}q_{B0}}.$$

Šis lielums parāda, par cik jāizmainās patērētāja budžetam, lai pilnībā kompensētu cenu izmaiņu. Izdevumu indeksa skaitītāju 6.5.zīmējumā reprezentē budžeta taisne  $B_1$ , bet saucēju — taisne  $B_0$ .

Ar statistikas datiem par ģimeņu budžetu var noteikt patēriņa grozu punktu  $L_0$ , bet iegūt informāciju par līdzvērtīgu labklājības līmeņa patēriņa grozu  $L_1$  nav iespējams. Tāpēc praksē tiek izmantoti **cenu indeksi**, kas izsaka attiecību starp vidējoto cenu vienā laika periodā pret vidējoto cenu citā laika periodā.

**Laspeiresa cenu indekss** tiek definēts šādi:

$$I_L = \frac{c_{A1}q_{A0} + c_{B1}q_{B0}}{c_{A0}q_{A0} + c_{B0}q_{B0}},$$

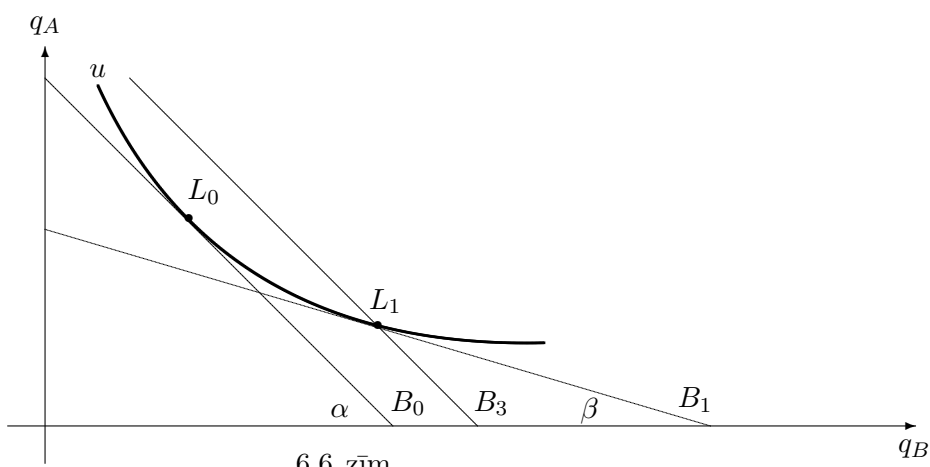
kur par svaru koeficientiem kalpo patērējamo labumu apjomi sākuma (bāzes) periodā. Indeksa saucējs ir tāds pats kā izdevumu indeksam, bet skaitītāju 6.5.zīmējumā reprezentē budžeta līnija  $B_2$ , kura iet caur punktu  $L_0$  ar tādu pašu virziena koeficientu kā taisnei  $B_1$ . Tā kā  $B_2$  atrodas virs  $B_1$ , tad šī līnija reprezentē lielāku izdevumu summu. Tādējādi Laspeiresa cenu indekss ir lielāks par izdevumu indeksu.

Laspeiresa cenu indekss novērtē cenu izmaiņas ietekmi uz patērētāja labklājību, tāpēc tas neatspoguļo aizstājāmības efektu.

Pašē cenu indekss tiek definēts šādi:

$$I_P = \frac{c_{A1}q_{A1} + c_{B1}q_{B1}}{c_{A0}q_{A1} + c_{B0}q_{B1}},$$

kur par svaru koeficientiem kalpo patērējamo labumu apjomi pēc cenu izmaiņas. Pašē cenu indeksam un izdevumu indeksam ir vienādi skaitītāji, bet atšķirīgi saucēji. Pašē cenu indeksa saucēju reprezentē 6.6.zīmējuma budžeta līnija  $B_3$ , kura iet caur punktu  $L_1$  ar tādu pašu virziena koeficientu kā taisnei  $B_0$ . Tā kā  $B_3$  atrodas virs  $B_0$ , tad tā reprezentē lielāku izdevumu summu. Tādējādi Pašē cenu indekss ir mazāks par izdevumu indeksu, t.i., tas nenovērtē cenu izmaiņas ietekmi uz patērētāja labklājības līmeni. Iemesls — netiek ņemts vērā aizstājāmības efekts.



6.6. zīm.

Laspeiresa cenu indekss un Pašē cenu indekss ir augšējā un apakšējā robeža izdevumu indeksam. Izdevumu indekss teorētiski daudz precīzāk izsaka cenu izmaiņas ietekmi uz patērētāja labklājības līmeni. Lai praktiski novērtētu šo ietekmi, tad izvēlas vidējo vērtību no Laspeiresa un Pašē cenu indeksiem.

Zinot indeksus  $I_R$ ,  $I_L$  un  $I_P$  dažos gadījumos var iegūt viennozīmīgu atbildi uz jautājumu, vai paaugstinājies vai pazeminājies indivīda labklājības līmenis pēc cenu izmaiņas, neveicot kvantitatīvus novērtējumus.

Ja izdevumu indekss, kas izrēķināts patēriņa grozam bāzes un atskaites periodos, lielāks par Laspeiresa cenu indeksu, tad indivīda labklājības līmenis ir pieaudzis. Par to var pārliecināties pēc sekojošiem spriedumiem.

Lai izpildītos nevienādība  $I_R > I_L$ , tad budžeta līnijai  $B_1$  (izdevumu indeksa skaitītājs) 6.5.zīmējumā ir jāatrodas virs budžeta līnijas  $B_2$ ; bet šādā gadījumā patērētājs atradīsies uz augstākas vienādo derīgumu līknes.

Pazīme, ka patērētāja labklājības līmenis ir pazeminājies pēc cenu izmaiņas, ir Pašē cenu indeksa palielināšanās pār izdevumu indeksu. Tāda palielināšanās pieļaujama, ja budžeta līnija  $B_3$  (Pašē indeksa saucējs) 6.6.zīmējumā atrodas zemāk par līniju  $B_0$ . Tas ir iespējams, ja labumu grozs, kurš jāpērk pēc cenu izmaiņām, atrodas uz zemākas vienādo derīgumu līknes, nekā iepriekš pirms cenu izmaiņām pirktais patēriņa grozs.

# LEKCIJA NR. 7

## ELASTĪBA

Elastības jēdziens  
Pieprasījuma elastība  
Piedāvājuma elastība  
Elastības teorijas praktiskā nozīme

### Elastības jēdziens

Dažādas preces uz ietekmējošo lielumu pārmaiņām reaģē dažādi, arī preču mērvienību dimensijas ir atšķirīgas. Tāpēc ir nepieciešams ietekmējošo lielumu iedarbības mērs, kas der visām precēm un ļauj tās savstarpēji salīdzināt. Šāds mērs ir elastība. Elastība ir bezdimensiju lielums, visbiežāk tiek aprēķināts procentos. Parasti to nosaka kādam konkrētam punktam. Elastības kvantitatīvais mērs ir elastības koeficients  $e_y$ , kuru nosaka šādi:

$$e_y = \frac{\text{pētāmā lieluma relatīvās izmaiņas}}{\text{ietekmējošā lieluma relatīvās izmaiņas}} \text{ vai}$$
$$e_y = \frac{\text{pētāmā lieluma izmaiņas par } z\%}{\text{ietekmējošā lieluma relatīvās izmaiņas par } 1\%}$$

**Definīcija. Elastība** ir lielums, kas rāda, par cik procentiem mainās pētāmais lielums, ja ietekmējošais lielums mainās par vienu procentu.

Apzīmējot pētāmo lielumu ar  $x$  un tā pieaugumu ar  $\Delta x$ , ietekmējošo lielumu ar  $y$  un tā pieaugumu ar  $\Delta y$ , iegūsim

$$e_y = \frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta y}{y}} = \frac{y}{x} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta y}$$

jeb diferenciāļu formā

$$e_y = \frac{y}{x} \cdot \frac{dx}{dy}.$$

Elastība var būt gan pozitīva, gan negatīva. Tas atkarīgs no liknes pieskares virziena koeficienta (t.i., funkcijas atvasinājuma).

## Pieprasījuma elastība

Preces ražotājam svarīgi zināt, kādi ietekmējošie lielumi iedarbojas uz preces pieprasījumu un cik lielas ir pieprasījuma izmaiņas.

**Definīcija.** Preces pieprasījuma relatīvo izmaiņu attiecību pret apskatāmā ietekmējošā lieluma relatīvām izmaiņām sauc par **pieprasījuma elastību**  $e_p$ .

Pieprasījuma elastība rāda, par cik procentiem mainās pieprasījums, ja to ietekmējošais lielums mainās par 1%:

$$e_p = \frac{\text{pieprasījuma izmaiņas par } z\%}{\text{ietekmējošā lieluma relatīvās izmaiņas par } 1\%}$$

Pieprasījumu ietekmē:

- 1) pieprasītās preces cena;
- 2) citu preču cenas;
- 3) patērētāju ienākumi.

Šo ietekmējošo lielumu iedarbību raksturo attiecīgi cenas jeb tiešā elastība; netiešā jeb krustiskā elastība un ienākumu elastība.

## Cenas jeb tiešā elastība

Normāla pieprasījuma gadījumā liknes pieskairei ir negatīvs virziena koeficients; cenas un pieprasījuma izmaiņas ir ar pretējām zīmēm, tādējādi to attiecība ir negatīva. **Pieprasījuma elastību pēc cenas** aprēķina ar šādu formulu

$$e_{pc} = \frac{\frac{\Delta q}{q}}{\frac{\Delta c}{c}} = \frac{c}{q} \cdot \frac{\Delta q}{\Delta c} \text{ jeb } e_{pc} = \frac{c}{q} \cdot \frac{dq}{dc}$$

Šīs formulas ir lietojamas, ja lielumu izmaiņas ir mazas.

**Piemērs.** Automobiļa cena ir  $c = 2000$  Ls, šai cenai atbilst pieprasījums  $q = 10\,000$  automobiļu. Pieņemsim, ka cena samazinās par  $\Delta c = 2$  un pieprasījums pieaug par  $\Delta q = 5$ . Elastība šajā gadījumā ir

$$e_{pc} = \frac{\frac{5}{10000}}{\frac{-2}{2000}} = -\frac{5}{10} = -0,5.$$

Ja  $q = 10\,005$ ,  $c = 1998$ , tad

$$e_{pc} = \frac{\frac{5}{10005}}{\frac{-2}{1998}} = -\frac{999}{2001} \approx -0,5.$$

iegūsim ļoti tuvu rezultātu iepriekšējam. Bet, ja automobiļu cena samazinās par  $\Delta c = 600$  un pieprasījums pieaug par  $\Delta q = 4000$ , tad iegūsim atšķirīgu rezultātu

$$e_{pc} = \frac{\frac{4000}{10000}}{\frac{-600}{2000}} = -\frac{4 \cdot 20}{10 \cdot 6} = -1\frac{1}{3} \approx -1,33.$$

Ja savukārt  $c = 1400$  un  $q = 14\,000$ , tad

$$e_{pc} = \frac{\frac{4000}{14000}}{\frac{-600}{1400}} = -\frac{2 \cdot 7}{7 \cdot 3} = -\frac{2}{3} \approx -0,67. \quad \blacksquare$$

Gadījumos, kad lielumu relatīvās izmaiņas ir lielas, elastības aprēķināšanai izmanto **loka elastības** formulu

$$e'_{pc} = \frac{\frac{c_1+c_2}{2}}{\frac{q_1+q_2}{2}} \cdot \frac{\Delta q}{\Delta c} = \frac{c_1 + c_2}{q_1 + q_2} \cdot \frac{\Delta q}{\Delta c},$$

kur  $c_1$  — sākotnējā cena,  $c_2$  — mainītā cena;

$q_1$  — sākotnējais pieprasījums,  $q_2$  — mainītais pieprasījums.

Izmantojot iepriekšējā piemēra datus, elastība ir

$$e'_{pc} = \frac{2000 + 1400}{10000 + 14000} \cdot \frac{4000}{-600} = -\frac{34}{36} \approx -0,94.$$

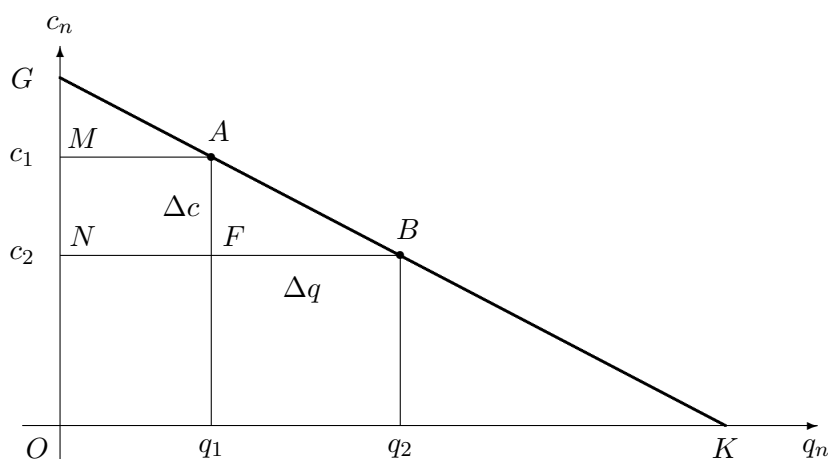
Preces pieprasījumu ar cenas palīdzību var vērtēt šādi:

- 1)  $|e_{pc}| > 1$  — pieprasījums ir elastīgs, t.i., pieprasījuma pieaugums (samazinājums) procentos apsteidz cenas samazinājumu (pieaugumu) procentos. Piemēram, cena samazinās par 3%, bet pieprasījums pieaug par 6%.
- 2)  $|e_{pc}| < 1$  — pieprasījums ir neelastīgs, t.i., cenas samazinājums (pieaugums) procentos apsteidz pieprasījuma pieaugumu (samazinājumu) procentos. Piemēram, cena samazinās par 3%, bet pieprasījums pieaug tikai par 1%.
- 3)  $|e_{pc}| = 1$  — neitrāls pieprasījums jeb vienādi elastīgs pieprasījums, t.i., cenas samazinājums (pieaugums) procentos ir vienāds ar pieprasījuma pieaugumu (samazinājumu) procentos. Piemēram, cena samazinās par 3%, arī pieprasījums pieaug par 3%.



## Cenas elastības grafiska noteikšana

Ērtības labad pieprasījuma grafiskam attēlojumam izvēlēsimies taisni nevis patvaļīgu līkni (šāds pieņēmums nemazina analīzes precizitāti, jo katrai diferencējamai līknei katrā tās punktā var novilkt pieskari; parasti ekonomisti analīzi veic ar šādām līknēm).



7.1. zīm.

Ja cena samazinās no  $c_1$  līdz  $c_2$  par  $\Delta c = AF$ , pieprasījums palielinās no  $q_1$  līdz  $q_2$  par  $\Delta q = FB$ , tādējādi

$$e_{pc} = \frac{c}{q} \cdot \frac{\Delta q}{\Delta c} = \frac{OM}{MA} \cdot \frac{FB}{AF}.$$

Tā kā  $\triangle GMA$  un  $\triangle AFB$  ir līdzīgi trīsstūri (lenķi vienādi), tad  $\frac{MA}{GM} = \frac{FB}{AF}$  un tāpēc

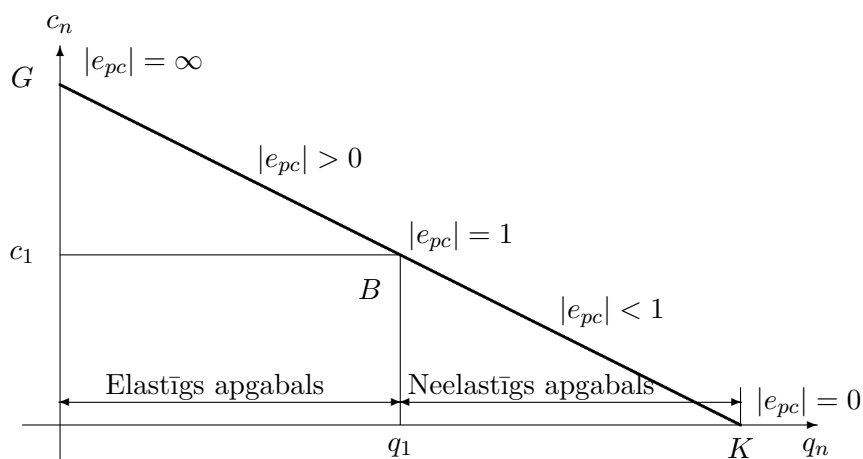
$$e_{pc} = \frac{OM}{MA} \cdot \frac{MA}{GM} = \frac{OM}{GM}.$$

Pēc nogriežņu proporcionalitātes īpašībām  $\frac{OM}{GM} = \frac{AK}{AG}$ , iegūsim, ka

$$e_{pc} = \frac{AK}{AG} \quad -$$

ja pieprasījumu veido taisne, tad cenas elastība mērījuma punktā  $A$  ir vienāda ar pieprasījuma taisnes nogriežņu  $AK$  un  $AG$  attiecību. Tas nozīmē, ka dilstošas pieprasījuma taisnes gadījumā nevar noteikt preces pieprasījuma cenas elastību kopumā visai taisnei, bet to var noteikt pieprasījuma taisnes kādam konkrētam punktam. Elastība pieprasījuma taisnes dažādos punktos mainās.

Izmantojot pieprasījuma taisni, cenas elastības īpašības var uzskatāmi parādīt grafiski. 7.2.zīmējumā redzams, ka pieprasījuma cenas elastības vērtība mainās no 0 līdz bezgalībai. Jo augstāka ir preces cena, jo lielāka ir arī elastība un līdz ar to lielāka ir cenas ietekme uz preces pieprasījumu.



7.2. zīm.

Kas ietekmē pieprasījuma elastību?

- ★ Aizstājāmība: jo tirgū vairāk preces aizstājēju, jo pieprasījums elastīgāks.
- ★ Pirmās nepieciešamības preces un luksusa priekšmeti: pieprasījums pēc pirmās nepieciešamības precēm parasti ir neelastīgs, bet pēc luksusa precēm — elastīgs.
- ★ Preces īpatsvars patērētāja budžetā: jo lielāks preces īpatsvars patērētāja budžetā, jo pieprasījums elastīgāks.
- ★ Laika faktors: jo lielāks laika periods lēmuma pieņemšanai, jo pieprasījums ir elastīgāks (ja cena pieaug, tad patērētājam ir nepieciešams laiks, lai atrastu, pārbaudītu un pierastu pie citām precēm).

### Ienākumu elastība

**Ienākumu elastība** ir pieprasījuma elastība atkarībā no pircēja ienākumiem, to aprēķina pēc formulas

$$e_i = \frac{\frac{\Delta q}{q}}{\frac{\Delta L}{L}} = \frac{L}{q} \frac{\Delta q}{\Delta L}.$$

Atšķirībā no preces veida, ienākumu elastības koeficienta vērtība ir:

- 1) mazvērtīgām precēm  $e_i < 0$ ;
- 2) normālām precēm  $e_i > 0$ ;

- 3) pie piesātinājuma  $e_i = 1$ ;  
 4) luksuss precēm  $e_i > 1$ .

### Krustiskā elastība

Pētot pieprasījuma elastību gadījumos, kad preces aizstāj vai papildina viena otru, var runāt par **krustisko** (krustenisko) jeb netiešo pieprasījuma elastību. Tā rāda, par cik procentiem mainās aizstājošas vai papildinošas preces  $n$  pieprasījums, ja otras preces  $i$  cena mainās par vienu procentu. Krustisko elastību aprēķina pēc formulas

$$e_{pn} = \frac{\frac{\Delta q_n}{q_n}}{\frac{\Delta c_i}{c_i}} = \frac{c_i}{q_n} \cdot \frac{\Delta q_n}{\Delta c_i} \text{ jeb } e_{pn} = \frac{c_i}{q_n} \cdot \frac{dq_n}{dc_i}.$$

Krusteniskā elastība var būt pozitīva vai negatīva. Zīme rāda, kādas lietojamības attiecības ir abu preču starpā. Ja preces viena otru papildina, pieprasījuma līknei ir negatīvs kāpums un papildinošu preču krustiskā elastība  $e_{pn}$  ir negatīva. Savstarpēji aizstājošu preču gadījumā pieprasījuma līkne ir ar pozitīvu kāpumu, tāpēc aizstājējpreču krustiskā elastība  $e_{pn}$  ir pozitīva. Ja preces pēc lietojuma ir pilnīgi neatkarīgas viena no otras, krustiskā elastība ir vienāda ar 0.

### Piedāvājuma elastība

**Piedāvājuma elastība** ir piedāvājuma reakcijas mērs atkarībā no cenas izmaiņām

$$e_s = \frac{\text{piedāvāto preču apjoma izmaiņas } \%}{\text{cenu izmaiņas } \%}$$

$$e_s = \frac{\frac{\Delta q}{q}}{\frac{\Delta c}{c}} = \frac{c}{q} \cdot \frac{\Delta q}{\Delta c} \text{ jeb } e_s = \frac{c}{q} \cdot \frac{dq}{dc}.$$

Tā kā piedāvājuma līknei normālas reakcijas gadījumā ir pozitīvs pieskares virziena koeficients, tad tās elastība  $e_s$  ir pozitīva.

Piedāvājuma taisnes dažādiem punktiem elastība ir atšķirīga, izņemot trīs gadījumus, kad tā ir konstanta visos piedāvājuma taisnes punktos: ja piedāvājuma taisne ir paralēla ordinātu asij ( $y$  asij), tad  $e_s = 0$  — pilnīgi neelastīgs piedāvājums; ja piedāvājuma taisne iet caur koordinātu sistēmas sākumpunktu, tad jebkurā taisnes punktā, neatkarīgi no tās slīpuma, piedāvājuma elastība ir  $e_s = 1$ , t.i., neitrāls piedāvājums; ja piedāvājuma taisne ir paralēla abscisu asij ( $x$  asij), tad  $e_s = \infty$  — pilnīgi elastīgs piedāvājums.

Piedāvājuma elastību būtiski ietekmē laiks, kāds ir ražotāja rīcībā, lai reaģētu uz preces cenas izmaiņām. Jo ražotājam ir vairāk laika, lai piemērotos cenas izmaiņām, jo vairāk mainīsies piedāvājuma apjoms un jo elastīgāks būs piedāvājums. To nosaka tas, ka ražotāja reakcija uz cenu ir atkarīga no resursu pārplūšanas iespējām no vienas nozares otrā, bezresursu pārplūšanai ir nepieciešams laiks.

## Elastības teorijas praktiskā nozīme

★ **Cenu politika.** Ja pieprasījums ir elastīgs, tad, lai palielinātu kopējos ienākumus, cena ir jāpazemina, bet, ja pieprasījums ir neelastīgs, cenu pazeminot, kopējie ienākumi samazināsies. Tātad, lai pareizi veidotu cenu politiku, uzņēmējam ir jāzina, vai pieprasījums ir elastīgs vai neelastīgs.

★ **Akcīzes nodoklis.** Akcīzes nodokļa galvenais mērķis ir valsts budžeta ieņēmumu palielināšana. Lai noteiktu ar akcīzes nodokli apliekamo preču klāstu, valdībai ir jāzina šo preču pieprasījuma elastība. Pieņemsim, ka kādai precei ir noteikts akcīzes nodoklis 10 Ls, bet pārdoto preču apjoms ir 50 000 vienības. Ieņēmumi no akcīzes nodokļa būs 500 000 Ls. Pieņemsim, ka nodoklis tiek paaugstināts līdz 13 Ls. Ja elastības koeficients  $e_p = 2$ , tad pārdošanas apjoms samazināsies par 20 000 vienībām. Tādējādi ieņēmumi no akcīzes nodokļa samazināsies par 260 000 Ls. Tātad nodokļa paaugstināšana precēm, kuru pieprasījums ir elastīgs, samazinās ienākumus no šī nodokļa. Tāpēc parasti ar akcīzes nodokli apliek preces, kuru pieprasījums ir neelastīgs (alkoholiskie dzērieni, tabakas izstrādājumi, u.c.).

## LEKCIJA NR. 8

### TIRGUS VEIDI. PILNĪGAS KONKURENCES TIRGUS

Tirgus jēdziens un veidi  
Pilnīgas konkurences tirgus  
Līdzsvars un tā variācijas  
Cenas prognozēšana ar elastības koeficientu  
Līdzsvara unitāte

#### Tirgus jēdziens un veidi

Iepriekš apskatītās piedāvājuma un pieprasījuma funkcijas rada ražotāju un patērētāju plānus pārdot vai pirkt noteiktu daudzumu noteikta labuma pie noteiktām funkciju argumentu vērtībām.

Tarasevič&Co: ”**Tirgus** — tā ir sociāli-ekonomiska institūcija, kas nodrošina iespēju īstenot tirdzniecisku darījumu.”

Škapars: ”**Tirgus** ir vieta jeb sfēra, kurā notiek preču pirkšanas, pārdošanas vai maiņas darījumu saskaņošana.”

Pēc darījuma objektiem atšķir patēriņa preču, ražošanas faktoru un finansu instrumentu (vērtspapīru) tirgu.

Darījumu nosacījumi ir atkarīgi no tā

★ vai tirgus ir *valējs* visiem, kas vēlas tajā piedalīties, vai ierobežots (*slēgts* tirgus);

★ vai visiem tirgus dalībniekiem ir pilna informācija par preces īpašībām un piedāvātajām cenām, vai arī šī informācija nav pilnīga (tirgi ar *simetrisku* vai *asimetrisku informāciju*);

★ vai tirgū tirgojas ar precēm, kuru katra vienība neatšķiras ne ar ko no citām vienībām, vai pretēji — ir atšķirība starp atsevišķiem preces eksemplāriem (*homogēno* vai *heterogēno* preču tirgi);

- ★ vai tirgus dalībnieku darījumi ir racionāli;
- ★ vai pārdevēji rīkojas neatkarīgi viens no otra;
- ★ vai abas tirgus puses tiekas tirgū bez laika nobīdes;
- ★ vai tirgū ir pircēju un pārdevēju vienveidība.

Būtisku ietekmi uz tirgus darījumiem izraisa pārdevēju un pircēju skaits. Atkarībā no tā, vai no katras puses piedalās viens, daži vai daudzi subjekti, veidojas viņu plānu saskaņošanas iespējas. Saka, ka pircēju un pārdevēju skaits ir "daži", ja, izstrādājot savas uzvedības stratēģiju tirgū, viņi var paredzēt savu konkurentu iespējamus atbilstošus variantus uz savām darbībām. Ja konkurentu skaits ir tik liels, ka nav iespējams paredzēt konkurentu uzvedību, tad saka, ka konkurentu ir "daudz".

Iespējamie stāvokļi, kādi iespējami tirgū, pārdodot homogēnu preci, pie atšķirīga pircēju un pārdevēju skaita, parādīti tabulā.

Pircēji Pārdevēji	viens	daži	daudz
viens	abpusējs (pilnīgs) monopols	ierobežots (piedāvājuma) monopols	piedāvājuma monopols
daži	ierobežots (pieprasījuma) monopols	abpusējs oligopols	piedāvājuma oligopols
daudz	pieprasījuma monopols	pieprasījuma oligopols	pilnīga konkurence

Patērētāju un ražotāju plānu saskaņošanas procesa rezultātā veidojas tirgus cena, kas izlīdzina pieprasījuma un piedāvājuma apjomus, t.i., tirgus līdzsvara cena. **Tirgus līdzsvars** — tas ir tāds tirgus stāvoklis, pie kura patērētāju un ražotāju plāni sakrīt. Tālāk mēģināsim noskaidrot, kā veidojas tirgus cena un ar ko tā ir vienāda atšķirīgos tirgus tipos.

## Pilnīgas konkurences tirgus

**Pilnīgas konkurences tirgus** — tas ir

- ★ vaļējs tirgus
- ★ homogēnai precei, kurā
- ★ lielam skaitam patērētāju
- ★ preci piedāvā daudzi ražotāji un
- ★ visiem tirgus dalībniekiem ir pilna informācija par cenām un darījuma apjomiem.

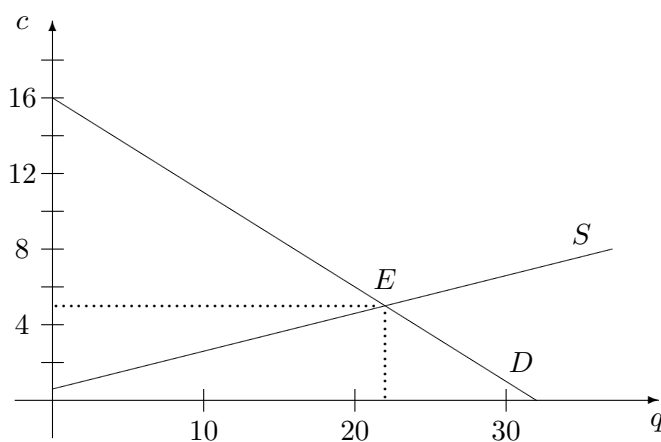
Pilnīgas konkurences tirgus gadījumā katrs pircējs vai pārdevējs ir sīka daļiņa kopējā tirgus pieprasījumā vai piedāvājumā, līdz ar to tie nevar ietekmēt nedz tirgus cenu, nedz tirgus piedāvājumu vai pieprasījumu. Ja pārdevējs piedāvās precī dārgāk par tirgus cenu, tas neatradīs pircēju un negūs ieņēmumus. Savukārt, pārdodot precī lētāk par tirgus cenu, samazinās peļņa, tāpēc pārdevējs pieskaņo preču daudzumu tirgus cenai.

Tirgus dalībnieku izturēšanās ir racionāla, t.i., ražotājs vēlas ar saimniecisko darbību gūt maksimālo peļņu, bet patērētājs — saņemt maksimāli derīgu precī, iepērkot to tik lielā daudzumā, cik atļauj viņa budžets.

Pircēja un pārdevēja darbība ir apvienota norobežotā vietā. Abas tirgus puses pieņem saimnieciskos lēmumus, pērk un pārdod preces tikai šajā vietā. Pircējs, piemēram, nedomā, vai doto precī pirkt šeit vai kaut kur citur, kur varbūt transporta izmaksas būtu mazākas.

## Līdzsvars un tā variācijas

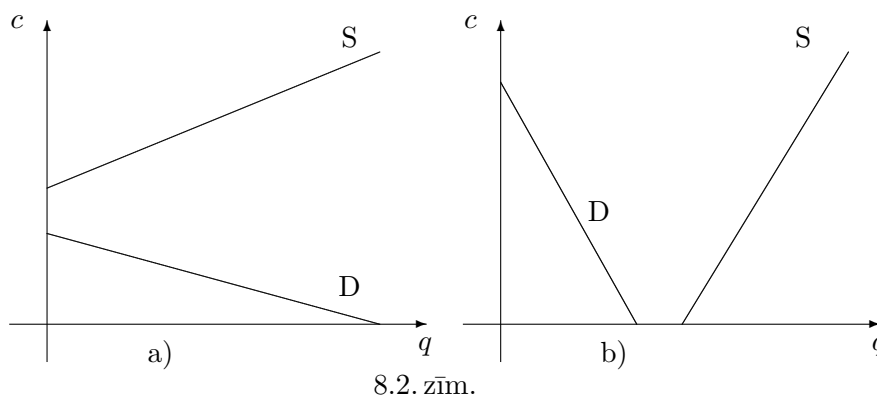
Pieņemsim, ka pilnīgas konkurences tirgus piedāvājuma funkcija ir  $q^S = -3 + 5c$  un pieprasījuma funkcija ir  $q^D = 32 - 2c$ , tad līdzsvara cena ir  $-3 + 5c = 32 - 2c \Rightarrow c^* = 5$ . Pie šīs cenas pieprasījuma un piedāvājuma apjomi ir vienādi  $q^* = 32 - 2 \cdot 5 = -3 + 5 \cdot 5 = 22$ .



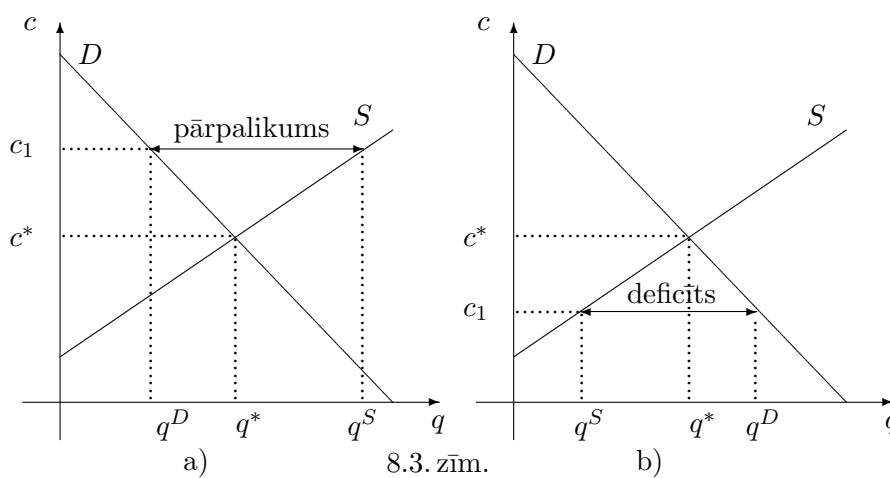
8.1. zīm.

Patvaļīgas pieprasījuma un piedāvājuma funkcijas vispārīgā gadījumā negarantē līdzsvara eksistenci. Situācija, kad ražotāji gatavi piegādāt precī tirgū, bet patērētāji gatavi to pirkt, tomēr nespēj tirgus ietvaros vienoties par cenu, attēlota 8.2.zīmējumā a) gadījumā. Šāda situācija var izvei-

doties, piemēram, dārgu medikamentu gadījumā. 8.2.zīmējuma b) gadījumā patērētāji un ražotāji nespēj vienoties par preces apjomu. Tas izskaidro, kāpēc aviokompānijas neapkalpo mazapdzīvotas vietas.



Līdzsvara cena garantē pie dotajām pieprasījuma un piedāvājuma funkcijām maksimāli iespējamo pārdošanas apjomu. Pieņemsim, ka  $c^*$  ir līdzsvara cena un  $q^*$  ir līdzsvara pārdošanas un pirkšanas apjoms.



Ja  $c_1 > c^*$ , tad pieprasījuma apjoms ir mazāks, bet piedāvājuma apjoms ir lielāks par līdzsvara apjomu  $q^*$ :  $q^D < q^* < q^S$  un tirgū veidojas pārpalikums (8.3.zīmējums a)). Savukārt, ja  $c_1 < c^*$ , tad  $q^S < q^* < q^D$  un veidojas preces deficīts (8.3.zīmējums b)).

Pārdošanas apjoms pie nelīdzsvara cenas tiek noteikts ar "īsāko" tirgus pusi: pie pārpalikuma ar "saīsinātu" pircēju pieprasījumu, pie deficīta ar



”saīsinātu” pārdevēju piedāvājumu.

Vienreiz sasniegts līdzsvara stāvoklis nenozīmē, ka tas saglabāsies mūžīgi. Pie piedāvājuma vai pieprasījuma izmaiņām notiks grafiku pārbīde un izveidosies jauns līdzsvara stāvoklis. Ja pie fiksēta piedāvājuma palielinās pieprasījums, tad palielinās arī līdzsvara cena, bet, ja pieprasījums samazinās, tad samazinās arī līdzsvara cena. Savukārt, ja pie fiksēta pieprasījuma pieaug piedāvājums, tad līdzsvara cena samazinās, bet, ja piedāvājums samazinās, tad līdzsvara cena pieaug. Kad notiek vienlaicīga pieprasījuma un piedāvājuma izmaiņa, tad līdzsvara cena var mainīties jebkurā virzienā vai palikt neizmainīta atkarībā no tā, uz kuru pusi mainās piedāvājums un pieprasījums.

## Cenas prognozēšana ar elastības koeficientu

Valstīs ar attīstītu tirgus ekonomiku statistikas un marketinga firmas regulāri rēķina pieprasījuma un piedāvājuma elastības koeficientus noteiktām precēm. Tā kā pie nelielām cenas izmaiņām pieprasījuma un piedāvājuma funkcijas pieļaujams uzskatīt par lineārām (lineārā aproksimācija punkta tuvā apkārtnē), tad līdzsvara punkta apkārtnē jauno izskatu pieprasījuma un piedāvājuma funkcijām var prognozēt pēc pieprasījuma un piedāvājuma elastības koeficientiem (pēc cenas).

Pieprasījuma lineāras funkcijas  $q^D = a - bc$  gadījumā līdzsvara punktā  $e^D = -b \frac{c^*}{q^*}$ , t.i.,

$$b = -e^D \frac{q^*}{c^*}.$$

Tad

$$a = q^D + bc = q^* - e^D \cdot \frac{q^*}{c^*} \cdot c^* = q^*(1 - e^D).$$

Atbilstoši, ja piedāvājuma funkcija ir lineāra  $q^S = m + nc$ , tad līdzsvara punktā  $e^S = n \frac{c^*}{q^*}$ , iegūsim

$$n = e^S \frac{q^*}{c^*}.$$

Tad

$$m = q^* - e^S \cdot \frac{q^*}{c^*} \cdot c^* = q^*(1 - e^S).$$

Tādējādi, zinot līdzsvara cenu  $c^*$ , pārdošanas apjomu  $q^*$  un piedāvājuma un pieprasījuma elastības koeficientus, var atrast pieprasījuma un piedāvājuma lineāro funkciju koeficientus.

**Uzdevums.** Ziedu tirgū par 20 naudas vienībām gabalā vienā dienā tika pārdotas 6000 neļķes; pie tam  $e^D = -3$  un  $e^S = 2$ . Kā izmainīsies

nelķes cena, ja pieprasījums samazināsies par 20%? Kāds būs pārdošanas apjoms un cena, ja pie sākotnējā pieprasījuma pārdevēji piedāvās par 1000 nelķēm vairāk?

**Atrisinājums.** Vispirms atradīsim pieprasījuma un piedāvājuma lineārās funkcijas.

$$b = -e^D \frac{q^*}{c^*} = 3 \cdot \frac{6000}{20} = 900$$

$$a = q^*(1 - e^D) = 6000(1 + 3) = 24000$$

$$n = e^S \frac{q^*}{c^*} = 2 \cdot \frac{6000}{20} = 600$$

$$m = q^*(1 - e^S) = 6000(1 - 2) = -6000$$

Tātad līdzsvara punkta apkārtņē pieprasījuma funkcija ir  $q^D = 24000 - 900c$  un piedāvājuma funkcija ir  $q^S = -6000 + 600c$ .

Ja pieprasījums samazināsies par 20%, tad cena būs nosakāma no vienādības

$$0,8(24000 - 900c) = -6000 + 600c \Rightarrow c = \frac{25200}{1320} \approx 19,1 \quad -$$

tā tātad ir jaunā līdzsvara cena.

Ja pārdevēji pie sākotnējā pieprasījuma apjoma piedāvātu par 1000 nelķēm vairāk, tad

$$24000 - 900c = -6000 + 600c + 1000 = -5000 + 600c \Rightarrow c = \frac{29000}{1500} \approx 19,3$$

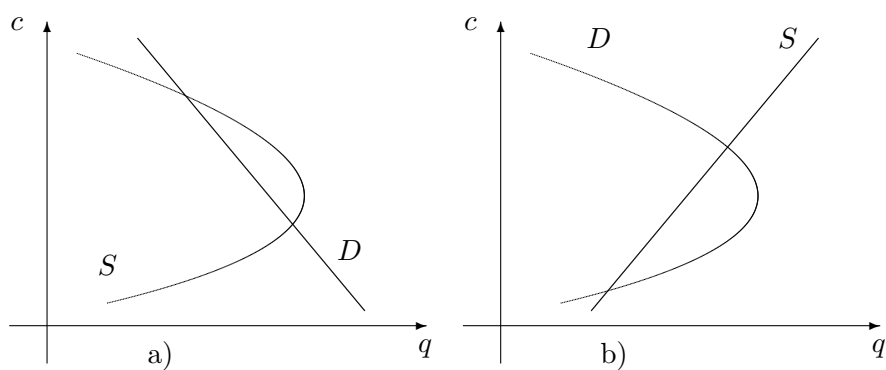
un pārdošanas apjoms  $q = 24000 - 900 \cdot \frac{29000}{1500} = 6600$ . ■

## Līdzsvara unitāte

Ja preces pieprasījuma apjoms monotoni pieaug, samazinoties cenai, bet piedāvājuma apjoms monotoni aug, palielinoties cenai, tad piedāvājuma un pieprasījuma līknes krustojas tikai vienreiz un līdzsvars ir viens vienīgs. Bet vispārīgā gadījumā pieprasījuma un piedāvājuma līknēm var būt vairāki krustošanās punkti.

Divi krustošanās punkti iespējami, ja pieprasījuma vai piedāvājuma līkne maina savu virzienu. Piedāvājuma līkne kā 8.4.zīmējuma a) gadījumā iespējama darbam un kapitālam, bet pieprasījuma līknes b) gadījuma veids iespējams, piemēram, snoba efekta situācijā. (*Snobs* ir mājsaimniecība, kurai pieprasījums pēc preces samazinās, ja tirgū vispār pieprasījums pēc tās palielinās. Piemēram, kūrorta vieta ir labi apmeklēta, tas snobam var likties nepievilcīgi un tas izvēlas citu vietu, iespējams, dārgāku, bet ne tik apmeklētu. Otrkārt, snoba pieprasījums palielinās, ja vispārējais tirgus pieprasījums, cenai pieaugot, samazinās, jo snobam ir raksturīga vēlēšanās pirkt prestiža preces, kuras citi

augstās cenas dēļ nevar iegādāties. Šo otro variantu sauc arī par prestiža jeb Vēblena efektu.)



8.4. zīm.

Iespējams konstruēt arī tādas situācijas, kurās pieprasījuma un piedāvājuma līknēm ir kopēji posmi — kopas veida līdzsvari.

Protams, pēc līdzsvara izjukšanas nozīmīgs faktors ir arī laiks. Līdzsvara cena atšķirsies īsākā un garākā laika periodā. Tirdzniecības līdzsvaru sauc par stabili, ja pie nelielām novirzēm no līdzsvara stāvokļa iestājas tādi tirdzniecības spēki, kas atgriež situāciju uz iepriekšējo tirdzniecības līdzsvaru; pretējā gadījumā — nestabils līdzsvars.

# LEKCIJA NR. 9

## CENU VEIDOŠANĀS TĪMEKĻVEIDA MODELIS

Modela apraksts  
Līdzsvara eksistence  
Piemērs

### Modeļa apraksts

Šajā modelī tiek ņemts vērā tas apstāklis, ka, plānojot tirgus darījuma apjomus, patērētāji un pārdevēji var izrādīties nevienādā stāvoklī. Pircējs, plānojot laika periodā  $t$  savu pieprasījuma apjomu, zina šī perioda cenu, bet ražotājs lēmuma pieņemšanas brīdī nezina, kāda cena produkcijai būs tajā momentā, kad viņa prece nonāks tirgū. Tā, piemēram, zemnieks, nosakot sējuma platības, nezina ražas cenu tās realizācijas dienā; tāpat mēbeļu ražotājs, nosakot izlaides apjomu, nezina, par kādu cenu notiks pārdošana.

Tīmekļveida modelī cenu veidošanos nosaka šādi: ražotāji laika momentā  $t - 1$  (t.i., uzsākot ražošanu) vadās no šī brīža cenas un viņi domā, ka laika momentā  $t$  pārdošana notiks par  $t - 1$  laika momenta cenu (ražotājs šodien izdara lēmumu par rītdienas pārdošanas apjomu, vadoties pēc šodienas cenas).

Tīmekļveida modelī tirgus pieprasījuma apjoms periodā  $t$  ir atkarīgs no šī perioda cenas

$$q_t^D = a - bc_t,$$

bet piedāvājuma apjoms dotajā periodā ir atkarīgs no iepriekšējā laika perioda cenas

$$q_t^S = m + nc_{t-1}.$$

Pie tādas tirgus aģentu uzvedības veidosies tirgus līdzsvars, ja

$$a - bc_t = m + nc_{t-1}.$$

Apzīmējot  $\frac{a-m}{b} = \alpha$  un  $-\frac{n}{b} = \beta$ , līdzsvara nosacījums būs pierakstāms izskatā

$$c_t = \alpha + \beta c_{t-1}. \quad (9.1)$$

Ja  $c_t \neq c_{t-1}$ , tad  $q_t \neq q_{t-1}$ , t.i., tirgus atradīsies līdzsvara stabilizācijas ilglaicīgā procesā.

## Līdzsvara eksistence

Noskaidrosim, pie kādiem nosacījumiem tiks sasniegts stabils līdzsvars. No (9.1) seko, ka

$$\begin{aligned} c_1 &= \alpha + \beta c_0 \\ c_2 &= \alpha + \beta c_1 = \alpha + \beta(\alpha + \beta c_0) = \alpha + \alpha\beta + \beta^2 c_0 \\ c_3 &= \alpha + \beta c_2 = \alpha + \alpha\beta + \alpha\beta^2 c_0 + \beta^3 c_0 \\ &\dots \\ c_t &= \alpha(1 + \beta + \beta^2 + \dots + \beta^{t-1}) + \beta^t c_0. \end{aligned}$$

Pareizinām abas vienādības puses ar  $(1-\beta)$  un veicam atbilstošus pārveidojumus

$$\begin{aligned} (1-\beta)c_t &= \alpha(1-\beta)(1 + \beta + \beta^2 + \dots + \beta^{t-1}) + (1-\beta)\beta^t c_0 \\ (1-\beta)c_t &= \\ &= \alpha + \alpha(\beta + \beta^2 + \dots + \beta^{t-1}) - \alpha\beta(1 + \beta + \beta^2 + \dots + \beta^{t-1}) + \beta^t(1-\beta)c_0 = \\ &= \alpha + \alpha\beta(1 + \beta + \beta^2 + \dots + \beta^{t-2}) - \alpha\beta(1 + \beta + \beta^2 + \dots + \beta^{t-1}) + \beta^t(1-\beta)c_0 = \\ &= \alpha + \alpha\beta(-\beta^{t-1}) + \beta^t(1-\beta)c_0 = \\ &= \alpha - \alpha\beta^t + \beta^t(1-\beta)c_0 = \\ &= \alpha + \beta^t(-\alpha + (1-\beta)c_0). \end{aligned}$$

Tātad

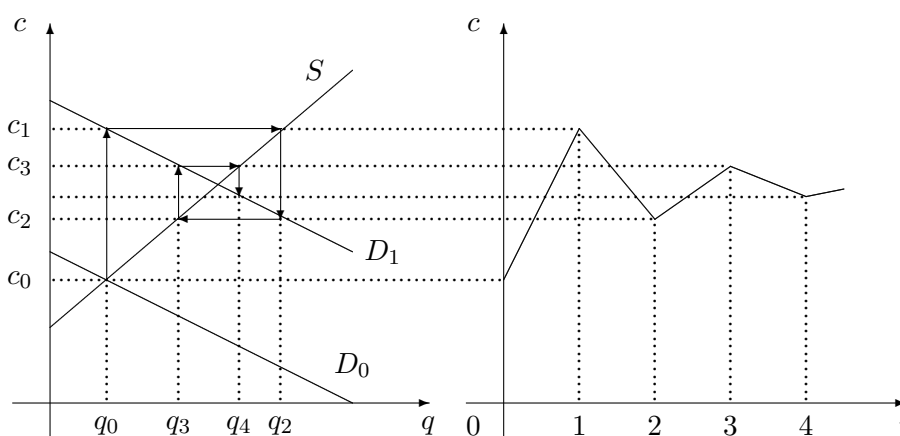
$$c_t = \frac{\alpha}{1-\beta} + (c_0 - \frac{\alpha}{1-\beta})\beta^t \quad (9.2)$$

Izteiksme (9.2) ir diferencu vienādojuma (9.1) atrisinājums, kurš apraksta tirgus pielāgošanās procesu ilglaicīgam līdzsvaram. Tādējādi līdzsvara dinamiskā modeļa atrisinājums nav skalārs lielums, bet gan funkcija, kas apraksta tirgus cenu atkarībā no laika.

No (9.2) seko, ka  $c_t$  pieņem galīgu vērtību (robežsituācijā), ja  $|\beta| < 1$ , t.i.,  $|b| > n$ . Tā kā parametri  $b$  un  $n$  nosaka pieprasījuma un piedāvājuma

funkciju virzienus, tad šajā modelī cenu veidošanās būs stabila tikai tajā gadījumā, ja pieprasījuma taisnei būs lielāks virziena koeficients nekā piedāvājuma taisnei.

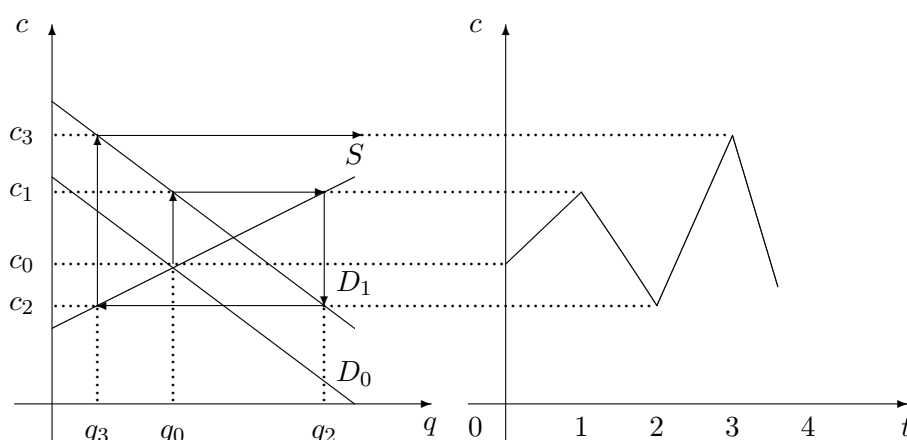
Pāreja no viena ilglaicīga līdzsvara stāvokļa uz citu, ja  $|b| > n$ , parādīta 9.1.zīmējumā.



9.1. zīm.

Noteiktā laika periodā  $t_0$  eksistē cenas līdzsvars  $c_0$  ar produkcijas apjomu  $q_0$ . Pieņemsim, ka periodā  $t_1$  ienākumu pieauguma ietekmē pieprasījums ir palielinājies un pieprasījuma līkne pabīdījies pa labi ( $D_0 \rightarrow D_1$ ). Kā mainās cena? Tā kā piedāvājums saglabājas iepriekšējā līmenī, tad periodā  $t_1$  cena paceļas līdz  $c_1$ . Pēc šīs cenas ražotāji nosaka savu saražojamās preces apjomu laika periodam  $t_2$  — no 9.1.zīmējuma redzams, ka šis apjoms būs  $q_2$ . Pieprasījuma līkne parāda, ka tādu daudzumu pircēji gatavi izpirkt, ja cena pazeminās līdz  $c_2$ . Ja ražotājs negrib veikt gatavās produkcijas uzglabāšanu, tad piekritīs cenai  $c_2$ , bet laika periodā  $t_3$  piedāvās tikai  $q_3$  vienības produkcijas. Pieprasījuma līkne  $D_1$  parāda, ka  $q_3$  var pārdot par cenu  $c_3$ , tāpēc laika periodā  $t_4$  piedāvājuma apjoms būs  $q_4$ ; utt. Pie cenas, kas atrodas starp  $c_2$  un  $c_3$ , laika gaitā izveidosies jauns līdzsvars, un tas saglabāsies tik ilgi, kamēr nepārbīdīsies pieprasījuma vai piedāvājuma līknes.

Ja pieprasījuma un piedāvājuma taisnes plaknē izvietojas savādāk, tad līdzsvara situācija neiestāsies. Tātad, ja  $|b| \leq n$ , līdzsvara nebūs. Vienādības gadījumā veidosies cikls, bet nevienādības gadījumā veidosies tāda situācija kā 9.2.zīmējumā. Redzams, ka jaunā cena oscilē ar aizvien lielāku amplitūdu ap sākotnējo līdzsvara cenu  $c_0$ .



9.2. zīm.

## Piemērs

**Piemērs.** Pieņemsim, ka pieprasījuma līknes  $q_t^D = 15 - c_t$  un piedāvājuma līknes  $q_t^S = -3 + 0,5c_{t-1}$  ir izveidojies līdzsvars ar cenu  $c^* = 12$  un produkcijas apjomu  $q^* = 3$ . Ienākumu pieauguma ietekmē pieprasījuma funkcija laika periodā  $t = 1$  iegūst izskatu  $q_t^D = 21 - c_t$ .

Tirgus pielāgošanās process notiek sekojošā veidā.

Tā kā 1-majā laika periodā piedāvājums nemainās  $q_0 = q_1 = 3$ , bet pieprasījums ir pieaudzis līdz  $q_1^D = 21 - c_1$ , tad  $3 = 21 - c_1 \Rightarrow c_1 = 18$ . Tāpēc piedāvājuma apjoms 2-rajā laika periodā būs  $q_2^S = -3 + 0,5 \cdot 18 = 6$ . Tāds piedāvājums līdzsvarojas ar pieprasījumu pie cenas  $6 = 21 - c_2 \Rightarrow c_2 = 15$ . 3-ajā laika periodā piedāvās  $q_3^S = -3 + 0,5 \cdot 15 = 4,5$ , kas tiks pārdots par cenu  $4,5 = 21 - c_3 \Rightarrow c_3 = 16,5$ , utt. līdz tiks sasniegts jaunais līdzsvara stāvoklis  $c^{**} = 16$ ,  $q^{**} = 5$ .

Lai noteiktu līdzsvara stāvokli, var risināt arī diferencu vienādojumu

$$c_t = \frac{\alpha}{1 - \beta} + \left(c_0 - \frac{\alpha}{1 - \beta}\right)\beta^t, \text{ kur}$$

$$\alpha = \frac{a - m}{b} = \frac{21 + 3}{1} = 24,$$

$$\beta = -\frac{n}{b} = -\frac{0,5}{1} = -\frac{1}{2}.$$

Tā kā  $|\beta| = \left|-\frac{n}{b}\right| = \frac{0,5}{1} < 1$ , tad

$$c_\infty = \frac{\alpha}{1 - \beta} = \frac{24}{1 + 0,5} = 16. \blacksquare$$

# LEKCIJA NR. 10

## DAŽAS PILNĪGAS KONKURENCES TIRGUS ĪPATNĪBAS

Ražošanas optimālais apjoms

Konkurentu skaits

Valsts direktīvu sekas

### Ražošanas optimālais apjoms

Pilnīgas konkurences tirgus apstākļos ilgstošā laika periodā preces cena kļūst vienāda ar vidējo izdevumu minimumu  $AC_{min}$  un robežizmaksām  $MC$ :

$$c = AC_{min} = MC.$$

Vienādība starp cenu un robežizmaksām nozīmē, ka dotā labuma ražošanā izdalīts optimālais apjoms ražošanas resursu. Par to var pārlicināties sekojošā veidā: nevienādība  $c > MC$  nozīmē to, ka par labuma papildus vienu vienību patērētāji gatavi samaksāt vairāk nekā nepieciešams tās saražošanai, tāpēc no ekonomikas viedokļa raugoties ir saprātīgi palielināt dotās produkcijas izlaidi. Ja  $c < MC$ , tad izdevumi par nākamo preces vienību neatmaksājas. Tātad optimālajam apjomam atbilst vienādība  $c = MC$ . Tādējādi

ilgstošā laika periodā pilnīgas konkurences gadījumā izveidojas ekonomiski efektīvākais ražošanas faktoru sadalījums starp ražošanas nozarēm.

Saskaņā ar vienādību starp robežizmaksām  $MC$  un vidējām izmaksām  $MC = AC_{min}$  visām firmām, kas palikušas nozarē, būs vienādi izdevumi par produkcijas vienību. Par šī apgalvojuma pareizību var šaubīties, jo kādas firmas varētu izmantot arī kādus unikālus ražošanas faktorus: paaugstinātas auglības zemi, īpaši apdāvinātus speciālistus, jaunas tehnikas deficītos paraugus, kas ļautu ražot produkciju ar mazākiem izdevumiem par materiāliem



un cilvēku resursiem. Patiešām, fiziskie izdevumi par vienību starp konkurējošām firmām var atšķirties, bet vidējo izdevumu kopējā izteiksme būs vienāda. Tas izskaidrojams ar to, ka pilnīgas konkurences apstākļos firma var iegādāties ražošanas faktoros, kuriem ir paaugstināta ražotspēja, ja samaksās par to cenu, kas pacels vērtīgos izdevumus par produkcijas vienību līdz nozares vispārējam līmenim. Pretējā gadījumā šo faktoru pārpirks konkurents. Pieņemsim, ka firma  $A$  talantīga menedžera darbības rezultātā tērē par 500 naudas vienībām mazāk mēnesī par izlaidi nekā konkurenti. Tad kāds no konkurentiem var piedāvāt šim menedžerim par 400 naudas vienībām lielāku mēnešalgu. Lai saglabātu šo speciālistu, firma  $A$  pati būs spiesta palielināt viņa mēnešalgu par 500 naudas vienībām; rezultātā vidējās izmaksas būs vienādas.

## Konkurentu skaits

Vidējo izmaksu minimums ilglaicīgā periodā nosaka, līdz kādam apjomam var izaugt firma, paplašinot ražošanu. Ja ilglaicīgo vidējo izmaksu līkne  $LAC$  (*long average cost*) veido  $U$  veida līkni (t.i., šīm izmaksām ilga laika periodā ir minimums), tad pie dota nozares pieprasījuma firmu skaits, kas darbosies šajā nozarē, ir viennozīmīgi noteikts.

**Piemērs.** Pieņemsim, ka nozares pieprasījuma funkcija ir  $q^D = 200 - 5c$  un nozarē strādājošai firmai ilgā laika perioda kopējo izmaksu funkcija ir  $LTC = 9 + q - q^2 + \frac{q^3}{3}$ .

Atradīsim, pie kāda produkcijas daudzuma firma sasniedz minimālās izmaksas par vienu produkcijas vienību, pielīdzinot vidējo izmaksu funkcijas pirmo atvasinājumu nullei:

$$\frac{LTC}{q} = LAC = \frac{9}{q} + 1 - q + \frac{q^2}{3};$$

$$\frac{dLAC}{dq} = \frac{2q}{3} - 1 - \frac{9}{q^2} = 0 \Rightarrow q = 3.$$

Pie šādas izlaides  $LAC = LMC = \frac{9}{3} + 1 - 3 + \frac{9}{3} = 4$ . Tātad līdzsvara cena ilgā laika periodā ir  $c = 4$ .

Atradīsim piedāvājuma funkciju no vienādojuma  $c = LMC$ :

$$q^2 - 2q + 1 = c \Rightarrow q^2 - 2q + (1 - c) = 0 \Rightarrow q^S = 1 + \sqrt{c}.$$

Ja nozarē būs, piemēram, 20 firmas, tad nozares piedāvājums būs  $q^S = 20 + 20\sqrt{c}$ . Pielīdzinot šo piedāvājumu nozares pieprasījuma funkcijai, atradīsim cenu

$$20 + 20\sqrt{c} = 200 - 5c \Rightarrow c \approx 18,7.$$

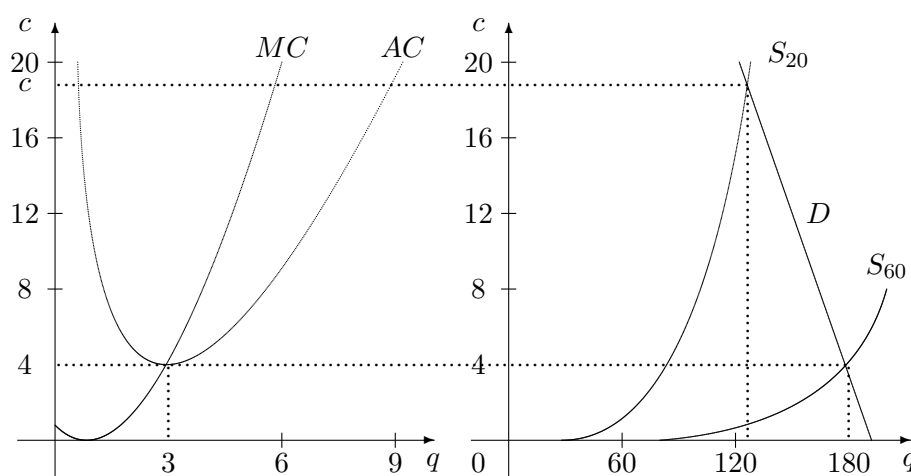
Pie šādas cenas firma ražos  $q^D = 1 + 1 \cdot \sqrt{18,7} \approx 5,32$  produkcijas vienības un gūs peļņu

$$18,7 \cdot 5,32 - (9 + 5,32 - (5,32)^2 + \frac{(5,32)^3}{3}) = 63,26.$$

Peļņa piesaistīs nozarei jaunas firmas. Kad to skaits būs 60, iestāsies līdzsvars:

$$60 + 60\sqrt{c} = 200 - 5c \Rightarrow c = 4; q = 180.$$

Uzdevuma grafisks atrisinājums apskatāms 10.1.zīmējumā.



10.1. zīm.

Ja nemainās proporcijas  $LAC = LMC = const$ , tad nozares ilglaicīgais līdzsvars var iestāties pie jebkura firmu skaita. Šādā gadījumā, pat ja nozari apkalpo tikai viena firma, nozare būs konkurējoša. Firma nevarēs pacelt cenu augstāku par vidējo izmaksu minimumu ilgā laika periodā, jo tai ir jābaidās, ka šo firmu no tirgus izstums cita firma, kura piedāvās dotās produkcijas veidu par cenu, kas vienāda ar  $LAC_{min}$ .

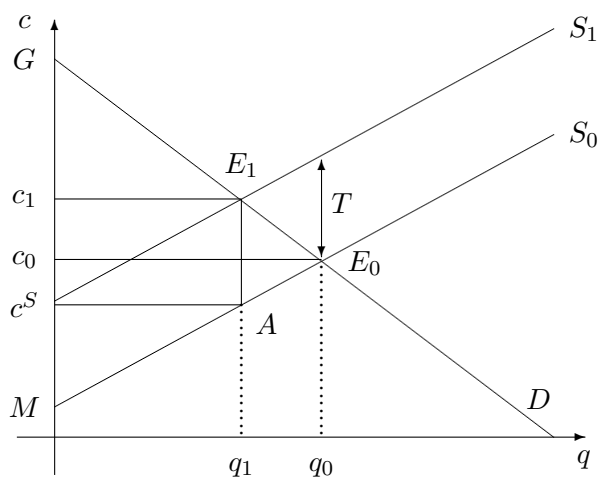
## Valsts direktīvu sekas

Pamatinstrumenti valsts rokās tirgus cenu veidošanā ir nodokļu sistēma un cenas līmeņa noteikšana.

### Akcīze

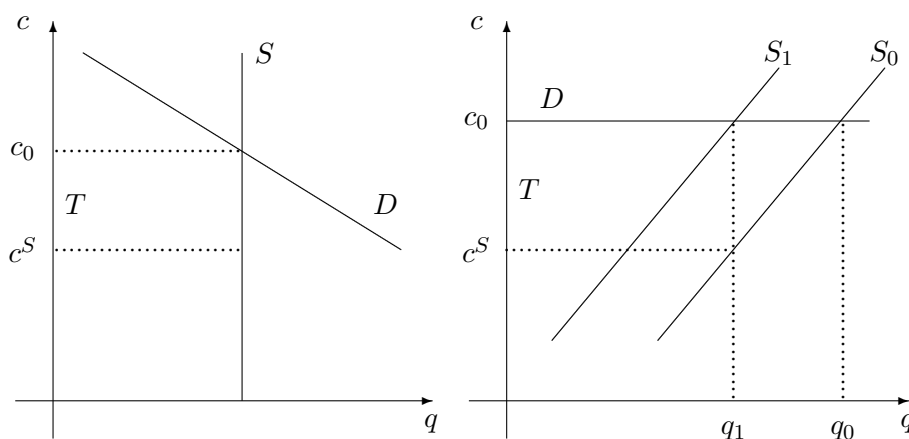
Attīstītas ekonomikas valstīs nodokļu sistēma veido sarežģītu sistēmu budžeta veidošanā un ekonomikas konjunktūras regulēšanā.

10.2.zīmējumā punkts  $E_0$  attēlo tirgus līdzsvaru pirms nodokļa uzlikšanas. Ja tiek uzlikts nodoklis (akcīze)  $T$  naudas vienību apmērā par katru pārdoto produkcijas vienību, tad produkcijas piedāvājuma līkne pārvirzīsies uz augšu ( $S_0 \rightarrow S_1$ ), jo tagad ražotājiem katra produkcijas vienība maksā par  $T$  naudas vienībām vairāk.



10.2. zīm.

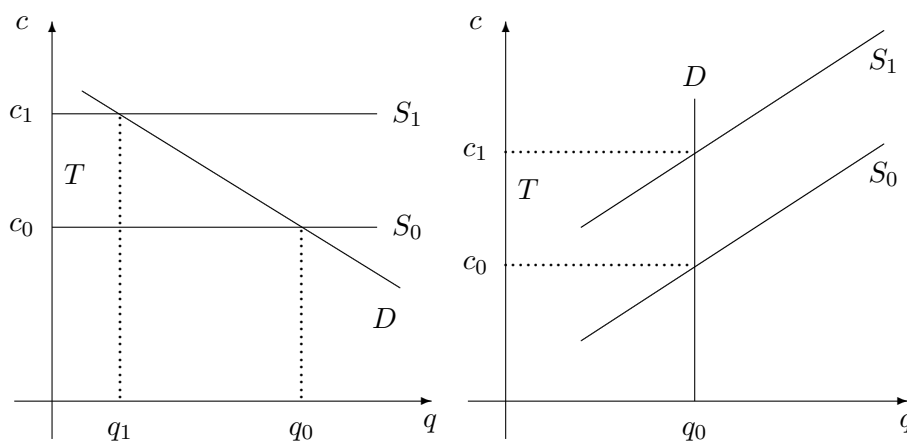
Pieprasījuma un piedāvājuma apjomi nolīdzsvarojas pie cenas  $c_1$ , no šīs cenas ražotājam pienākas  $c^S = c_1 - T$ . Tādējādi nodokļa aplikšana noved pie tā, ka paaugstinās cena patērētājiem un samazinās ieguvums ražotājiem. Rezultātā samazinās pieprasījums un arī piedāvājums, līdz ar to jaunais līdzsvara produkcijas apjoms ir mazāks par sākotnējo.



10.3. zīm.

Ievērosim, ka pārdevējiem cena nav samazinājusies par visu nodokļa

summu:  $c_0 - c^S < T$ . Tā kā ir palielinājusies tirgus cena, tad daļa no nodokļa  $c_1 - c_0$  atrodas patērētāja daļā. Kādās proporcijās sadalīsies akcīzes nodoklis starp ražotāju un patērētāju, atkarīgs no piedāvājuma un pieprasījuma taisņu virzienu koeficientiem. 10.3.zīmējumā parādītas situācijas, kad nodokli nevar pārliekt uz patērētāja pleciem, un savukārt 10.4.zīmējumā redzamas situācijas, kad akcīzes nodokli pilnībā maksā patērētājs.



10.4. zīm.

Lai noskaidrotu, kāda ir nodokļa ietekme uz tirgus dalībnieku darījumu stāvokli, noteiksim ražotāju un patērētāju pārpalikumu izmaiņas.

Līdz nodokļa ieviešanai patērētāju pārpalikumam atbilst trīsstūra  $GE_0c_0$  laukuma skaitliskā vērtība (skatīt 10.2.zīmējumu); pēc nodokļa uzlikšanas pārpalikumam atbilst trīsstūra  $GE_1c_1$  laukuma skaitliskā vērtība. Tādējādi patērētāju zaudējumiem atbilst četrstūra  $c_1E_1E_0c_0$  laukuma skaitliskā vērtība.

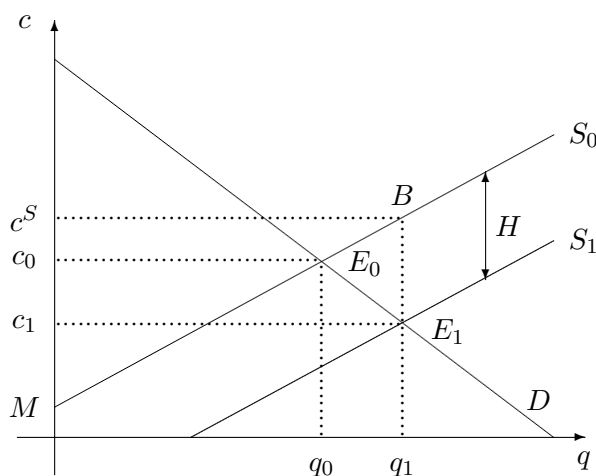
Ražotāju pārpalikumi ir samazinājušies no trīsstūra  $c_0E_0M$  laukuma līdz trīsstūra  $c^S AM$  laukuma skaitliskajai vērtībai, viņu zaudējumus apraksta četrstūra  $c_0E_0Ac^S$  laukuma skaitliskā vērtība.

Savāktu nodokļu  $T \cdot q_1$  vērtībai atbilst taisnstūra  $c_1E_1Ac^S$  laukums, kurš ir mazāks par ražotāju un patērētāju zaudējumu kopsummu. Trīsstūra  $E_1E_0A$  laukuma skaitliskā vērtība atspoguļo sabiedrības tīros zaudējumus, kas radušies sakarā ar akcīzes uzlikšanu.

## Dotācija

Līdzīgi zaudējumi rodas, ja valsts dod dotāciju ražotājam par katru preces vienību, piemēram, apjomā  $H$ . Situācijas analīzei aplūkosim 10.5.zīmējumu. Pieņemsim, ka bez dotācijas ir izveidojies līdzsvara punkts  $E_0$ . Dotācija ražotājam nozīmē to, ka daļu ražošanas izdevumu valsts ņem uz sava rēķina,

tāpēc piedāvājuma taisne pavirzās no stāvokļa  $S_0$  uz  $S_1$  (uz leju) dotācijas  $H$  apmērā. Izveidojas jauns līdzsvars ar cenu  $c_1$  un produkcijas apjomu  $q_1$ .



10.5. zīm.

Pircējiem cena ir samazinājusies, tāpēc pieaug pieprasījuma apjoms. Ražotājiem cena ir palielinājusies, pieaug piedāvājuma apjoms. Rezultātā tirgus apjoms palielinās. Valsts dotācijai atbilst taisnstūra  $c^SBE_1c_1$  laukuma skaitliskā vērtība, ražotāju ieguvums — četrstūris  $c_0E_0Bc^S$ , patērētāju ieguvums — četrstūris  $c_0E_0E_1c_1$ , bet veidojas arī sabiedrības zaudējumi, kuriem atbilst trīsstūra  $E_0BE_1$  laukuma skaitliskā vērtība.

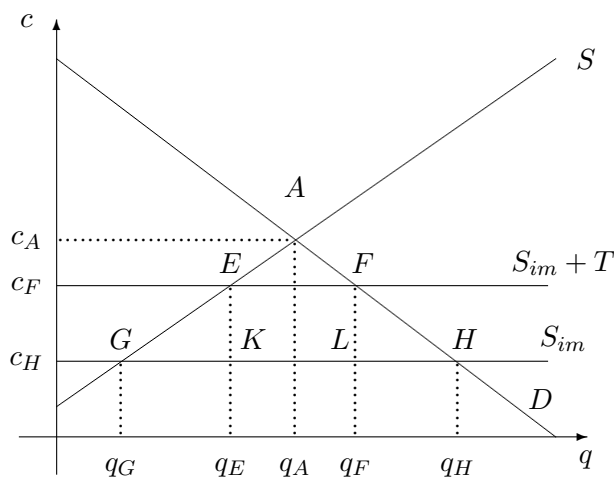
Tādējādi valsts iejaukšanās tirgus cenu veidošanās procesā ar nodokļu aplikšanu vai dotēšanu samazina tirgus mehānisma ekonomiskās efektivitātes funkcionēšanu. Taču šo instrumentu lietošanu var attaisnot ar sociāliem apsvērumiem. Ar dotāciju un nodokļu palīdzību valsts pārdala labklājības līmeni starp ekonomiskajiem subjektiem.

### Importa nodoklis

Vēl viens valsts instruments, kā ietekmēt tirgus cenas, ir nodokļa uzlikšana importa precēm. Apskatīsim ekonomiskās sekas, kādas rodas tā ietekmē (skatīt 10.6. zīmējumu).

Pieņemsim, ka bez importa dotā tirgū izveidojusies līdzsvara cena  $c_A$ , par kuru pērk  $q_A$  preces vienības. Importa piedāvājums (pilnīgi elastīgs), kuru attēlo taisne  $S_{im}$ , pazemina cenu līdz  $c_H$ , kā rezultātā pieprasījums palielinās līdz  $q_H$ , bet vietējais piedāvājums samazinās līdz  $q_G$ . Starpība  $q_H - q_G$  atbilst importa apjomam. Sakarā ar brīvo pieeju pēc preces patērētāja pārpalikumi pieauguši par lielumu, kuram atbilst četrstūra  $c_AAHc_H$  laukums, bet ražotājiem

tie ir samazinājušies par četrstūra  $c_AAGc_H$  laukums. Tātad imports nodrošina sabiedrības tīru ieguvumu, kuru apraksta trīsstūra  $GAH$  laukuma skaitliskā vērtība.



10.6. zīm.

Pieņemsim, ka valsts, lai stiprinātu vietējos ražotājus, uzliek importa nodokli lielumā  $T$  par vienu produkcijas vienību. 10.6.zīmējumā taisne  $S_{im}$  paralēli pārbīdās par taisni  $S_{im} + T$ . Cena pieaug līdz  $c_F$ , palielinot vietējo produkcijas apjomu līdz  $q_E$  un samazinot importa pieprasījuma apjomu līdz  $q_F$ . Rezultātā ražotāju pārpalikumi pieaug par četrstūra  $c_FEGc_H$  laukumu, bet patērētāju samazinās par četrstūra  $c_FFHc_H$  laukumu. Valsts budžetā ienākošo nodokļu summu apraksta taisnstūra  $KEFL$  laukuma skaitliskā vērtība, bet tīrajai sabiedrības zaudējumiem atbilst trīsstūru  $GEK$  un  $LFH$  summa. Pirmā trīsstūra laukums ir zaudējumi saistībā ar mazāku ražošanas efektivitāti salīdzinājumā starp importu un vietējo ražošanu, bet otrs — sekas mākslīgajam ierobežojumam izmantot šo labumu.

## Direktīvās cenas

Valsts dažkārt nosaka cenu augšējās un apakšējās robežas.

Nosakot augšējo robežu, valsts ļauj patērētājam iegādāties precis, iespējams, par zemāku cenu nekā līdzsvara cena. Ja līdzsvars ir izveidojies pie cenas  $c_0$  un produkcijas apjoma  $q_0$ , tad, nosakot augšējo robežu augstāku vai vienādu ar līdzsvara cenu, problēmas neradīsies. Taču, nosakot augšējo robežu zemākā līmenī, piemēram,  $c_f$ , izveidosies deficīts apmērā  $q^D - q^S$ . Deficīta ietekmē pieprasījuma cena  $c^D$  pārsniedz augšējo cenas robežu  $c_f$ , tā rezultātā izveidojas "melns" tirgus, kurā tiek veikti nelegāli darījumi, kas

saistīti ar risku tikt administratīvi vai nosacīti sodītam. Riska izdevumi kopā ar papildus izdevumiem, lai ierobežotu "melno" tirgu, pievienojas ražošanas izdevumiem, tāpēc piedāvājuma likne pēc  $q^S$  sasniegšanas paceļas uz augšu. Rezultātā cena, kas izlīdzina pieprasījumu un piedāvājumu "melnajā" tirgū, pārsniedz ne tikai augšējo cenas robežu, ko noteikusi valsts, bet arī tirgus cenu ( $c_1 > c_0$ ). Pircēji, kuri nevarēja nopirkt preci pa direktīvo cenu, tagad spiesti pārmaksāt "melnajā" tirgū. Pie tam kopējais produkcijas apjoms  $q_1$  nesasniedz tirgus līdzsvara apjomu  $q_0$  brīvajā tirgū.

Cenas augšējās robežas noteikšanai ir arī otra puse — var samazināties produkcijas kvalitāte. Lai palielinātu piedāvājuma apjomu par direktīvo cenu, ražotāji samazina izdevumus par ražošanu, samazinot produkcijas kvalitāti, nebaudoties no tā zaudēt pircējus, jo ir deficīta apstākļi. Tādējādi piedāvājuma likne  $S_0$  pārbīdās pa labi uz stāvokli  $S_1$ . Rezultātā tirgošanās apjoms pēc fiksētās cenas kādu laiku pieaug. Bet pēc tam, kad patērētāji konstatē produkcijas kvalitātes pazemināšanos, pieprasījums samazinās no  $D_0$  līdz  $D_1$ ; tirgus cena sakrīt ar direktīvo cenu pie daudz zemākas produkcijas kvalitātes.

Cenas zemākās robežas noteikšanu valsts parasti praktizē, lai palīdzētu noteiktām ražošanas nozarēm, parasti lauksaimniecībā. Ja zemākā cena noteikta vēl zemāka kā līdzsvara cena, problēmas neradīsies. Problēmas rodas, ja šī cena noteikta augstāk par līdzsvara cenu. Tad patērētāji samazina pieprasījuma apjomu, bet ražotāju piedāvājums pieaug. Lai radušos tirgus pārpalikumu nepārdotu "melnajā" tirgū par zemāku cenu nekā direktīvā, valstij nepieciešams izpirkt visu pārpalikumu, kas tai izmaksās noteiktu naudas summu, vai arī var izmaksāt dotācijas par katru pārdoto virs minimālā apjoma produkcijas daudzumu; var arī direktīvi organizēt ražošanas apjomu noteiktā līmenī, samierinoties ar sabiedrības tīrajiem zaudējumiem.

Tādējādi visa veida valsts direktīvas noved pie sabiedrības zaudējumiem pilnīgas konkurences apstākļos.

# LEKCIJA NR. 11

## MONOPOLA TIRGUS

Monopola tirgus raksturojums  
Peļņas maksimizācija  
Pieprasījuma elastības ietekme uz peļņu

### Monopola tirgus raksturojums

Pilnīgi pretēja tirgus forma pilnīgai konkurencei ir monopola tirgus. Šajā lekcijā mēs apskatīsim piedāvājuma monopola galvenās pazīmes.

Piedāvājuma monopola raksturīgākās iezīmes:

- 1) nozarē ir viens pārdevējs, t.i., uzņēmums un nozare ir sinonīmi (grieķu val.: *mono* — viens, *polist* — pārdevējs);
- 2) precei nav tuvu aizstājēju;
- 3) monopolists kontrolē cenu;
- 4) ir būtiskas barjeras potenciālo konkurentu ienākšanai nozarē.

Tirgus slēgtība var veidoties

★ ar likumdošanas ierobežojumiem (patentu un licenšu sistēma, ko veido valsts; valsts monopols uz noteikta tipa precēm, piemēram, 1930.gadā Latvijā bija linu, spirta, cukura un labības monopoli, pašlaik — spirta monopols);

★ mūsdienīgu tehnoloģiju ietekmē, jo tās nosaka, ka efektīva ražošana ir iespējama tikai ļoti lielos uzņēmumos — tas ir ražošanas apjoma efekts;

★ īpaša kategorija — dabīgie monopoli, kas kļūst par vienīgajiem preces ražotājiem ne tikai tirgus slēgtības dēļ, bet gan ražošanas mēroga efekta ilgstošas izaugsmes dēļ. Šādi monopoli veidojas tad, kad vidējās firmas izmaksas, lai palielinātu ražošanas apjomu, tiek samazinātas tik ilgi, kamēr pilnībā apmierināts nozares pieprasījums. Pie šiem nosacījumiem jauna uzņēmuma izveide nav lietderīga. Ir nozares, kurās lielo investīciju dēļ var darboties viens liels uzņēmums, kas precīzi ražo vairumā vai sniedz pakalpojumus plašam patērētāju lokam. Parasti šie dabīgie monopoli darbojas valsts uzraudzībā.



Latvijā tādi ir *Latvijas Dzelzceļš*, *Latvijas Gāze*, *SIA Lattelekom*, *Latvenergo* u.c. uzņēmumsabiedrības. Ja šādas uzņēmumsabiedrības sadalītu vairākos mazākos uzņēmumos, tad pieaugtu to ražoto preču un pakalpojumu vidējās izmaksas; tas nebūtu ekonomiski izdevīgi.

Sevišķa monopola forma ir kolektīvais monopols, kad uz līguma pamata apvienojas atsevišķi uzņēmēji, lai novērstu savstarpējo konkurenci. Šādas monopolapvienības sauc par *karteļiem*. 1928.gadā Latvijā tika nodibināts alusdarītavu kartelis. Tā dalībnieki vienojās par pārdošanas cenām, kā arī galvenajiem produkcijas pārdošanas virzieniem.

Īpaša monopolstāvokļa īpatnība — nozares pieprasījuma likne ir tieši pieprasījuma likne konkrētajam uzņēmumam. Tāpēc monopolistam cena ir dilstoša funkcija no izlaides apjoma. Pieņemot lēmumu par izlaides apjomu, monopolists pie dotā pieprasījuma vienlaicīgi nosaka cenu, par kādu varētu produkciju pārdot. Kāda kombinācija "izlaide-cena" tiks izvēlēta, atkarīgs ne tikai no izdevumiem, bet arī mērķa. Atšķirībā no pilnīgas konkurences tirgus, monopolistam mērķis nav noteikti peļņas maksimizācija. Vienīgā tirgotāja stāvoklis ļauj monopolistam noteikt arī citus mērķus, piemēram, ieņēmumu maksimizāciju vai robežpeļņas maksimizāciju. Pie tam pie dotajiem apstākļiem monopolists vienu un to pašu produkciju var vienā un tajā pašā laikā pārdot par atšķirīgām cenām.

Akcentējam vēlreiz, piedāvājuma monopola gadījumā pārdevējam tirgū nav konkurenta. Līdz ar to viņa piedāvājums ir vienāds ar visa tirgus piedāvājumu. Tomēr monopolists nevar vienlaikus noteikt tam vēlamu cenu un pārdodamās preces daudzumu. Ir jāņem vērā pircēju pieprasījums un jādod iespēja tiem variēt vai nu ar cenu, vai preces daudzumu. Parasti monopolists nosaka konstantu cenu. Nosakot šo preces pārdošanas cenu, pārdevējs rēķinās ar elementāriem apsvērumiem: precī lielos daudzumos var pārdot, pazeminot tās cenu, un otrādi, cena pieaug, ja precī pārdod mazākos daudzumos. Tātad preces realizācijas daudzums  $q$  ir cenas  $c$  funkcija:  $q = f(c)$ .

Tā kā monopolists var brīvi mainīt cenu un pircējam tas ir jāņem vērā, var secināt, ka monopola gadījumā atšķirībā no pilnīgas konkurences nav piedāvājuma liknes.

## Peļņas maksimizācija

Monopola peļņu nosaka starpība starp kopējiem ienākumiem  $TR$  (*total revenue*) un kopējiem izdevumiem  $TC$  (*total cost*)

$$\pi(q) = TR - TC = c(q) \cdot q - TC(q).$$

Maksimizācijas nepieciešamais nosacījums ir  $\pi'(q) = 0$ , t.i.,

$$\pi'(q) = c(q) + c'(q) \cdot q - MC(q) = 0,$$

kur  $TC'(q) = MC(q)$ . Tātad peļņas maksimizācijas nepieciešamo nosacījumu var pierakstīt kā vienādību

$$c(q) + c'(q) \cdot q = MC(q). \quad (11.1)$$

Vienādības (11.1) kreisā puse parāda, par cik pieaug monopola kopējie ienākumi, palielinot produkcijas apjomu par vienu vienību, tos sauc par robežienākumiem  $MR$  (*marginal revenue*). Tātad īsi sakot — lai monopola peļņa būtu maksimālā iespējamā, jāražo tāds produkcijas daudzums, pie kura *robežienākumi ir vienādi ar robežizdevumiem*

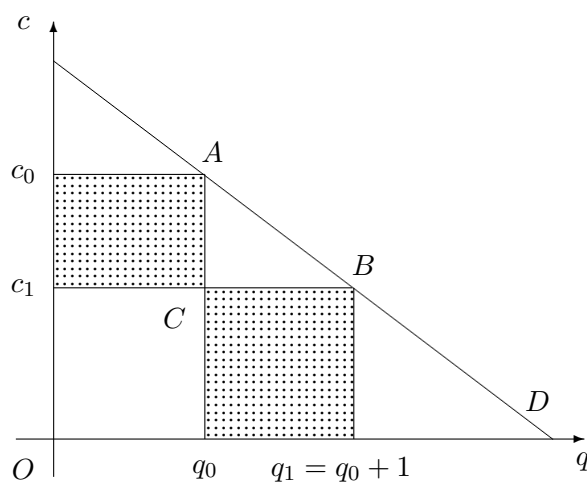
$$MR = MC.$$

Monopola peļņas maksimizācijas pietiekamais nosacījums ir nevienādība

$$\begin{aligned} \frac{d^2\pi}{dq^2} &= \frac{d^2TR}{dq^2} - \frac{d^2TC}{dq^2} < 0, \text{ t.i.,} \\ \frac{d^2TR}{dq^2} &< \frac{d^2TC}{dq^2}. \end{aligned} \quad (11.2)$$

Ģeometriski tas nozīmē, ka robežienākumu  $MR$  un robežizdevumu  $MC$  līkņu krustpunktā robežienākumi samazinās ātrāk nekā robežizdevumi.

Ja robežizmaksas ir konstantas vai augošas, tad pietiekamais nosacījums (11.2) izpildās, jo robežienākumi vienmēr dilst.



11.1. zīm.

Tā kā pie pieprasījuma taisnes negatīva virziena koeficienta izpildās  $\frac{dc}{dq} < 0$ , tad no (11.1) kreisās puses seko, ka robežienākumi vienmēr ir mazāki par cenu (skatīt 11.1.zīmējumu).

Kopējie ienākumi pārdodot  $q_0$  produkcijas vienības ir vienādi ar taisnstūra  $c_0 A q_0 O$  laukuma skaitlisko vērtību. Bet, ja pārdod par vienu vienību vairāk  $q_1 = q_0 + 1$ , tad ienākumi ir vienādi ar taisnstūra  $c_1 B q_1 O$  laukuma skaitlisko vērtību. Rezultātā pārdošanas apjoma palielināšanās par vienu vienību izmainīja kopējos ienākumus — tie pieauga par taisnstūra  $q_0 C B q_1$  laukuma skaitlisko vērtību (t.i., cena  $c_1$  reizināts ar 1) un samazinājās par taisnstūra  $c_0 A C c_1$  laukuma skaitlisko vērtību — tātad, pārdodot vienu produkcijas vienību, kopējo ienākumu pieaugums ir mazāks par cenu. Pie tam pie noteikta produkcijas apjoma "pieaugošais" laukums kļūst mazāks par "atņemamo" laukumu, t.i., kopējie ienākumi sāk samazināties, jo robežienākumi kļūst negatīvi.

### Lineāra pieprasījuma funkcija

Lineāras pieprasījuma funkcijas gadījumā robežienākumi ir tāda taisne, kurai ir divas reizes lielāks pēc absolūtās vērtības (negatīvs) virziena koeficients nekā pieprasījuma taisnei (kā cenas funkcijai atkarībā no pieprasījuma apjoma). To var pamatot sekojošā veidā:

$$q^D = a - bq \Rightarrow c = \frac{a}{b} - \frac{1}{b}q \text{ jeb } c = g - hq,$$

tad kopējie ienākumi un robežienākumi ir

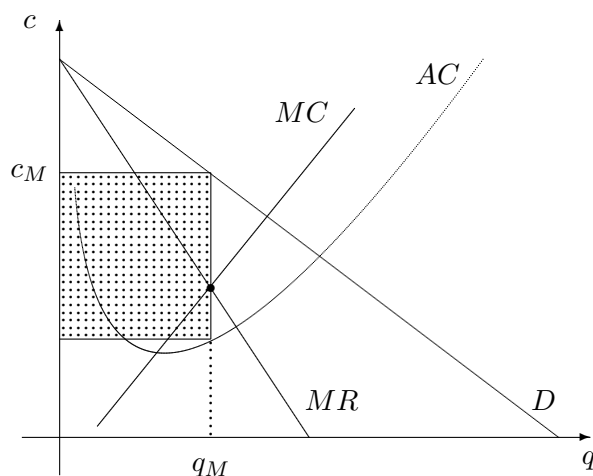
$$cq = gq - hq^2, \quad (cq)' = g - 2hq.$$

Vienādojuma (11.1) atrisinājums attiecībā pret  $q$  dod tādu izlaides apjomu, kas maksimizē peļņu. Ievietojot to nozares pieprasījuma vienādojumā, iegūsim cenu, kas maksimizē monopola peļņu. Ja nozares pieprasījuma funkcija ir  $c = g - hq$ , bet monopola ražošanas kopējie izdevumi ir  $TC = m + nq$ , tad peļņas maksimizācijas nosacījums iegūst izskatu:  $g - 2hq = n$ , no šejienes seko, ka

$$g - hg + (-hq) = (TC)' = MC = n \Rightarrow q_M = \frac{g - n}{2h} \text{ un}$$

$$c_M = g - h \frac{g - n}{2h} = \frac{g + n}{2}.$$

Uzskatāmi tādas cenas, kas maksimizē monopola peļņu, noteikšana parādīta 11.2.zīmējumā.



11.2. zīm.

Līkņu  $MR$  un  $MC$  krustpunktu, kurš definē  $c_M$  un  $q_M$ , sauc par **Kurno punktu** (O.Kurno (1801-1887) — franču ekonomists un matemātiķis). Iepunktotais taisnstūra laukums parāda monopola peļņu.

## Pieprasījuma elastības ietekme uz peļņu

Monopols, kurš maksimizē peļņu, vienmēr izvēlas cenu pieprasījuma elastīgajā daļā, t.i.,  $|e^D| > 1$ .

**Pierādījums.** Lai pierādītu apgalvojumu, pierakstīsim robežienākumus šādi:

$$MR(q) = c(q) + q \frac{dc}{dq} = c + \frac{q}{c} \cdot \frac{dc}{dq} c = c \left(1 + \frac{1}{e^D}\right).$$

Tad peļņas maksimizācijas nepieciešamais nosacījums ir pierakstāms šādi

$$c \left(1 + \frac{1}{e^D}\right) = MC \Rightarrow c_M = \frac{MC}{1 - \frac{1}{|e^D|}}.$$

Ja  $|e^D| = 1$ , tad cena ir nedefinēts jēdziens, bet, ja  $|e^D| < 1$ , tad cena ir mazāka par 0. Abām šīm situācijām nav ekonomiskas jēgas. Tādējādi monopols maksimizē peļņu tikai tad, ja  $|e^D| > 1$ . ■

Tā kā formulā  $c_M = \frac{MC}{1 - \frac{1}{|e^D|}}$  saucējam ir jābūt mazākam par 1, tad cena, kas maksimizē monopola peļņu, vienmēr pārsniedz robežizdevumus  $MC$ .

Ja pieprasījuma funkcija ir lineāra, tad šī atšķirība ir lielāka par  $hq$ : ja  $c = g - hq$ , tad  $MR = g - 2hq$ ; tā kā  $MR = MC$  maksimuma gadījumā, tad  $c - MC = g - hq - (g - 2hq) = hq$ .

A.Lerners (1933.gadā) piedāvāja izmantot attiecību  $\frac{c-MC}{c}$ , lai skaitliski raksturotu monopola varu: jo lielāks šis koeficients, jo lielāka vara. Šo skaitli sauc arī par **monopola varas pakāpi**.

Ievērojot vienādību  $c = \frac{MC}{1 - \frac{1}{|e^D|}} = \frac{MC}{1 + \frac{1}{e^D}}$ , var pamanīt, ka Lernerera monopola varas raksturojošā konstante ir apgriezts lielums elastības koeficientam

$$\frac{c - MC}{c} = \frac{MC \cdot \left( \frac{1}{1 + \frac{1}{e^D}} - 1 \right)}{\frac{MC}{1 + \frac{1}{e^D}}} = -\frac{1}{e^D} = \frac{1}{|e^D|}.$$

Ja preces tirgus cena pārsniedz robežizmaksas  $MC$ , tad tas liecina par neefektīvu ražošanas resursu izmantošanu monopola nozarē. Tāpēc daudzās valstīs eksistē antimonopola likumdošana, lai neizveidotos tirgus monopolizācija (izņēmums ir dabiskie monopoli).

Lai varētu salīdzināt labuma cenu monopola tirgū ar pilnīgas konkurences tirgus cenu, nepieciešams noskaidrot, kā izvietojas pilnīgas konkurences tirgus piedāvājuma līkne un monopolista robežizdevumu līkne. Tirgus piedāvājuma līkne pilnīgas konkurences apstākļos ir visu firmu robežizmaksu līkņu summa. Var uzskatīt, ka šī summa ir monopola robežizmaksu līkne. Šādā gadījumā monopola cena ir lielāka, bet pārdodamās produkcijas apjoms mazāks nekā pilnīgas konkurences tirgū.

# LEKCIJA NR. 12

## CENU DIFERENCĒŠANA

- Pirmās pakāpes cenu diferencēšana
- Otrās pakāpes cenu diferencēšana
- Trešās pakāpes cenu diferencēšana
- Cenu diferencēšanas nozīme

Viena no monopola peļņas palielināšanas iespējām ir cenas diferencēšana, t.i., homogēnas preces pārdošana vienā un tajā pašā laikā par atšķirīgām cenām, pie tam atšķirība cenās nav saistīta ar ražošanas izdevumiem un preces piegādi tirgū.

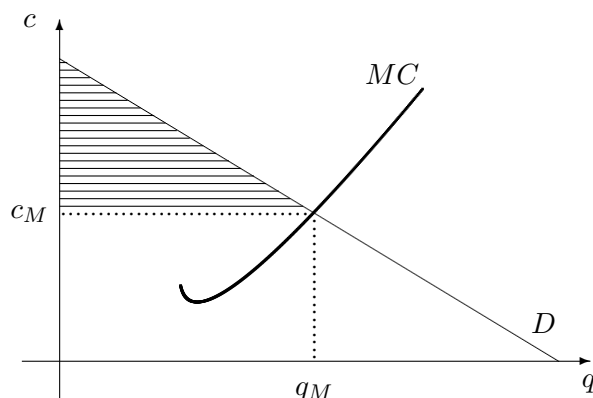
### Pirmās pakāpes cenu diferencēšana

Nepieciešamais nosacījums cenu diferencēšanai ir nespēja precī pārdot tālāk. Īpaši raksturīgi tas ir apkalpojošā sfērā.

Pieņemsim, ka grūti sasniedzamā vietā zemnieks var dabūt minerālmēslojumu tikai no viena piegādātāja. Piegādātāja izdevumi par iegādi un piegādi 1 centnera mēslojuma ir konstanti un vienādi ar 120 naudas vienībām. Piegādātājs zina, ka katrs nākamais mēslojuma centners, kas tiks izsēts augsnē, palielina ražību, tāpēc zemnieks ir gatavs maksāt par pirmo centneri 200 naudas vienības, par otro — 190 naudas vienības, par trešo — 175 naudas vienības, ceturto — 155 naudas vienības, piekto — 120 naudas vienības. Šajā gadījumā piegādātājs var pielietot **pirmās pakāpes cenu diferencēšanu**, t.i., pārdodot fermerim katru mēslojuma centneri pēc pieprasījuma cenas.

Pirmās pakāpes cenu diferencēšanas gadījumā pieprasījuma līkne kļūst par pārdevēja robežienākumu līkni. Tad monopola izlaides apjoms, tāpat kā pilnīgas konkurences tirgū, firmām tiek noteikts, krustojoties robežizdevumu

liknei ar nozares pieprasījuma līkni (12.1.zīmējums).



12.1. zīm.

Bet atšķirībā no pilnīgas konkurences tirgus, pircēji negūst patērētāju pārpalikumus. 12.1.zīmējumā iesvītrotais trīsstūra laukums reprezentē monopola peļņu.

## Otrās pakāpes cenu diferencēšana

Īstenot pirmās pakāpes cenu diferencēšanu praksē izdodas reti. Biežāk iespējams gadījums, kad par atšķirīgām cenām monopolists var pārdot nevis katru produkcijas vienību, bet gan noteiktu produkcijas daudzumu — to sauc par **otrās pakāpes cenu diferencēšanu**. Piemēram, internetkafejnīcas pakalpojumi par 1 stundu maksā 50 santīmus, bet par 2 stundām — mazāk par 1 Ls. Rezultātā vidējā cena par mazu stundu skaitu Internetā ir augstāka nekā vidējā cena par lielu skaitu stundu.

Otrās pakāpes cenu diferencēšanas likumu izvedis H.Štakelbergs (1939.gadā): "Robežieņēmumiem par jebkuru, izņemot pēdējo, ražošanas partiju jābūt vienādiem ar nākošās partijas cenu, bet robežieņēmumiem par pēdējo partiju jābūt vienādiem ar robežizdevumiem." Tas ir,

$$MR_1 = c_2, MR_2 = c_3, \dots, MR_n = MC.$$

**Uzdevums.** Nozares pieprasījums ir

$$c = 24 - 1,5q,$$

to apmierina monopols, kura kopējie izdevumi ir

$$TC = 50 + 0,3q^2.$$

Kāds ir maksimālais iespējamais monopola peļņas daudzums, ja

- produkciju pārdod par vienu un to pašu cenu;
- sadalot visu produkcijas apjomu partijās, no kurām pirmajā ir trīs produkcijas vienības?

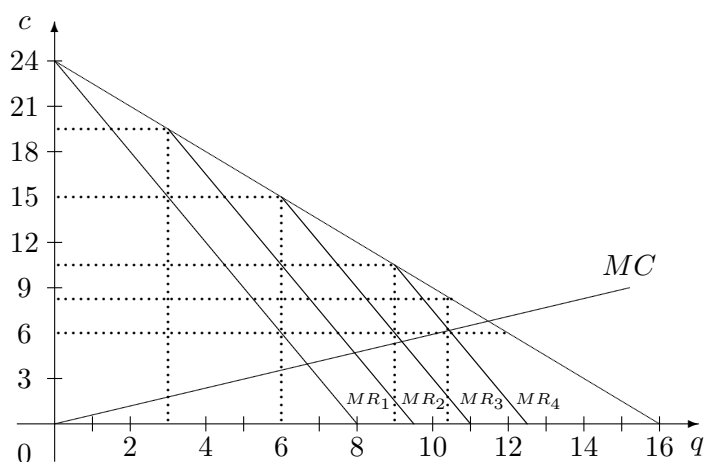
**Atrisinājums.** a) Peļņas maksimizācijas nosacījums bez cenas diferencēšanas:  $MR = MC$  jeb

$$\begin{aligned} MR &= (TR)' = (c(q) \cdot q)' = c(q) + c'(q) \cdot q = \\ &= 24 - 1,5q - 1,5q = 24 - 3q = (TC)' = 0,6q \Rightarrow \\ 24 &= 3,6q \Rightarrow q^* = \frac{24}{3,6} = \frac{20}{3} \text{ un } c^* = 24 - 1,5 \cdot \frac{20}{3} = 14. \end{aligned}$$

Tādā gadījumā peļņa ir

$$\pi = 14 \cdot \frac{20}{3} - 50 - 0,3 \cdot \left(\frac{20}{3}\right)^2 = 30 \text{ (naudas vienības)}$$

- Cenas diferencēšanas gadījums parādīts 12.2.zīmējumā.



12.2. zīm.

Pirmās trīs produkcijas vienības var pārdot par cenu

$$c_1 = 24 - 1,5 \cdot 3 = 19,5.$$

Tā kā kopējie ienākumi ir  $TR = c(q) \cdot q$ , tad robežienēmumi ir

$$MR = c(q) + c'(q) \cdot q = 24 - 1,5q - 1,5q = 24 - 3q.$$



Ja  $MR_1 = 24 - 3q$ , tad pie  $q = 3$

$$MR_1 = 24 - 9 = 15,$$

t.i., otro partiju var pārdot par cenu  $c_2 = 15$  (nākamās 3 produkcijas vienības).

Lai noteiktu  $MR_2$ , nepieciešams ņemt vērā, ka pēc pirmās partijas pārdošanas pieprasījuma līkne ir saīsinājusies:

$$c_2 = 24 - 1,5(q - 3),$$

tāpēc  $MR_2 = 28,5 - 3q$ ; pie  $q = 6$  robežienākumi  $MR_2 = 10,5$ , trešo produkcijas partiju jāpārdod par  $c_3 = 10,5$ .

$MR_3$  atradīsim, ņemot vērā, ka  $c_3 = 28,5 - 1,5(q - 6)$ , t.i.,  $MR_3 = 33 - 3q$ ; pie  $q = 9$  robežienākumi  $MR_3 = 6$ . Bet ceturto partiju nevar pārdot par cenu  $c_4 = 6$ , jo Kurno punkts ceturtajai partijai ( $MR_4$  un  $MC$  krustpunkts) atrodas augstāk. Kurno punkta abscisu ass koordinātu varam atrast  $37,5 - 3q = 0,6q \Rightarrow q = 10,4$ . Tādai izlaidei atbilst cena  $24 - 1,5 \cdot 10,4 = 8,4$ . Tātad ceturta partija sastāv no 1,4 produkcijas vienībām un tiek pārdota par  $c_4 = 8,4$  naudas vienībām.

Kopējā peļņa ir

$$\pi = (19,5 + 15 + 10,5) \cdot 3 + 8,4 \cdot 1,4 - 50 - 0,3 \cdot (10,4)^2 = 64,312. \quad \blacksquare$$

## Trešās pakāpes cenu diferencēšana

Reālajā ekonomikā visbiežāk var sastapties ar **trešās pakāpes cenu diferencēšanu**. Tā izveidojas tādā gadījumā, kad noteikta labuma patērētāji ir sadalīti grupās, kas atšķiras ar pieprasījuma elastību pēc cenas. Šajā gadījumā nozares pieprasījums veidojas ne ar vienu, bet ar vairākām pieprasījuma līknēm. Kopējā peļņa no produkcijas, kas sadalīta tirgus  $n$  segmentos, ir šāda:

$$\pi = c_1q_1 + c_2q_2 + \dots + c_nq_n - TC(q),$$

kur  $c_i$ ,  $q_i$  ir atbilstošā cena un pārdošanas apjoms tirgus  $i$ -tajā segmentā un

$$q = \sum_{i=1}^n q_i.$$

Peļņas maksimizācijas nosacījums ir aprakstāms ar vienādojumu sistēmu:

$$MR_1 = MR_2 = \dots = MR_n = MC.$$

Tātad katrā tirgus segmentā vajag noteikt tādu cenu, lai robežienākumi visos segmentos būtu vienādi un vienādi ar kopējās izlaides robežizmaksām.

**Piemērs.** Marketinga pētījumi parādījuši, ka peldbaseina apmeklēšanas pieprasījums pasniedzējiem ir

$$q_p^D = 160 - c_p,$$

bet studentiem

$$q_s^D = 160 - 2c_s,$$

kur  $q$  — abonementu skaits, bet  $c$  — to cena. Baseina uzturēšanas izdevumi ir atkarīgi no apmeklētāju daudzuma (pārdotajiem abonementiem)

$$TC = 5 + 4q + 0,2q^2,$$

atbilstošās robežizmaksas

$$MC = 4 + 0,4q.$$

Abonementu skaits, kādu nepieciešams pārdot pasniedzējiem un studentiem, lai maksimizētu baseina peļņu, atrodams kā vienādojumu sistēmas atrisinājums

$$\begin{cases} 160 - 2q_p = 4 + 0,4(q_s + q_p), \\ 80 - q_s = 4 + 0,4(q_s + q_p). \end{cases}$$

Noapaļojot līdz veseliem skaitļiem, iegūsim atbildi,

$$q_p = 58 \text{ un } q_s = 37.$$

Šos daudzumus var pārdot par cenām  $c_p = 102$ ,  $c_s = 61,5$  un gūt peļņu

$$\pi = 102 \cdot 58 + 61,5 \cdot 37 - 5 - 4(58 + 37) - 0,2(58 + 37)^2 = 6001,5. \quad \blacksquare$$

Nemot vērā, ka  $MR = c \left(1 + \frac{1}{e^D}\right)$ , tad peļņas maksimizācijas nosacījumu trešās pakāpes cenu diferencēšanas gadījumā var pierakstīt šādi:

$$c_1 \left(1 + \frac{1}{e_1^D}\right) = c_2 \left(1 + \frac{1}{e_2^D}\right) = \dots = c_n \left(1 + \frac{1}{e_n^D}\right) = MC.$$

No šīm vienādībām seko, ka

$$\frac{c_i}{c_{i-1}} = \frac{1 + \frac{1}{e_{i-1}^D}}{1 + \frac{1}{e_i^D}}.$$

Tas nozīmē, ka tešās pakāpes cenu diferencēšana palielina peļņu tikai tajā gadījumā, ja tirgus segmenti atšķiras ar pieprasījuma elastību pēc cenas.

## Cenu diferencēšanas nozīme

Kā cenu diferencēšana ietekmē sabiedrības labklājības stāvokli?

Tā kā pirmās un otrās pakāpes cenu diferencēšana ir saistīta ar produkcijas izlaides palielināšanu un cenu samazināšanu, tad šajos gadījumos patērētāju pārpalikumi pieaug.

Bet trešās pakāpes cenu diferencēšanu nevar vērtēt viennozīmīgi, jo daļai patērētāju pārpalikumi pieaug, bet daļai tie samazinās. Ja trešās pakāpes cenu diferencēšanas gadījumā nozares tirgus iegūst papildus patērētāju skaitu, t.i., preci pirks patērētāji, kuriem vienotā monopola cena bija pārāk augsta, tad sekas būs tādas pašas kā pirmās un otrās pakāpes cenu diferencēšanas gadījumā. Ja par vienotu preces cenu labums ir pieejams pircējiem ar atšķirīgu pieprasījuma elastību, bet monopols nosaka cenu diferencāciju pa tirgus segmentiem ar mērķi maksimizēt peļņu, tad peļņas pieaugums ir saistīts ar sabiedrības labklājības līmeņa samazināšanos. Tas izskaidrojams ar to, ka pie trešās pakāpes cenu diferencēšanas samazinās preces pārdošanas apjoms pircējiem ar neelastīgu pieprasījumu un palielinās pircēju skaits ar elastīgu pieprasījumu. Tā rezultātā patērētāju pārpalikumu samazināšanās pircējiem ar neelastīgu pieprasījumu pārsniedz patērētāju pārpalikumu pieaugumu pircējiem ar elastīgu pieprasījumu.

# LEKCIJA NR. 13

## MONOPOLISTISKĀ KONKURENCE

Monopolistiskās konkurences tirgus raksturojums  
Pieprasījuma funkcija  
Līdzsvars

Bez apskatītajām tirgus formām — pilnīgas konkurences un monopola — eksistē daudzas citas atšķirīgas tirgus formas. Visas šīs citas tirgus formas tiek apvienotas zem kopēja nosaukuma "nepilnīgas konkurences tirgi".

### Monopolistiskās konkurences tirgus raksturojums

Par monopolistiskās konkurences tirgu sauc tādu tirgu tipu, kurā liels daudzums ražotāju piedāvā daudziem patērētājiem noteikta veida produkciju, tāpēc katram no tiem ir pieejams tikai neliels daudzums nozares piedāvājuma. Tirgus ir atvērts visiem, kas vēlas piedalīties tā darījumos, un visi ir pilnīgi informēti par darījumu nosacījumiem un preces kvalitāti. Bet atšķirībā no pilnīgas konkurences tirgus, dotajā tirgū tiek piedāvāta heterogēna prece. Piemēram, ziepju tirgū tiek piedāvātas dažāda veida ziepes; līdzīgi ir cigarešu, alus, konditorejas un citu ražojumu tirgos.

Tā kā katrs konkurents pārdod atšķirīgu no visiem citiem veidiem apskatāmo preci, tad viņš uzvedas kā monopolists attiecībā pret savas grupas pastāvīgajiem pircējiem. Tāpēc viņa produkcijas pieprasījuma liknei ir negatīvs pieskares virziena koeficients un viņš pats nosaka sava piedāvājuma apjomu un cenu. Bet par cik produkcija, kuru ražo monopolistiskie konkurenti, ir viegli aizstājama, tad pieprasījums pēc atsevišķa konkurenta produkcijas ir atkarīgs ne tikai no viņa preces cenas, bet gan arī no citu konkurentu produkcijas cenas. Tas atspoguļojas viņa preces pieprasījuma līknes pārbīdē gadījumā, ja izmainās konkurentu cenas: ja konkurenti samazina cenas, tad pieprasījuma līkne pabīdās pa kreisi; ja cenas palielina, tad pieprasījuma

likne pabīdās pa labi. Pieprasījuma liknes nobīdes robežas sauc par maksimālo pieprasījuma funkciju un minimālo pieprasījuma funkciju.

Tātad (piedāvājuma) monopolistiskās konkurences tirgum ir raksturīgas šādas pazīmes un nosacījumi:

1. piedāvāto preču savstarpējās aizstājamības pakāpe ir liela, taču preces nav pilnīgi aizstājamas viena ar otru. Piedāvātās preces nav homogēnas, un preces tirgū veidojas nepilnīga konkurence;

2. ražotājs var salīdzinoši viegli iekļūt ar savu preci tirgū un arī viegli izstāties no tā;

3. tirgus piedāvājuma pusi pārstāv liels dalībnieku skaits. Ražotāju individuālais piedāvājums neietekmē pārējo šīs tirgus puses dalībnieku piedāvājumu. Piemēram, ja kāds ražotājs pazemina preces cenu, šīs preces pircēju skaits pieaugs, bet pārējiem ražotājiem, ja to piedāvātās preces cena nemainās, pircēju skaits attiecīgi samazinās. Tā kā šīs preces pieprasījuma samazinājums sadalās starp pārējiem ražotājiem, kuru skaits tirgū ir ļoti liels, tie šīs pieprasījuma pārmaiņas sākumā neizjutīs. Ja kāds ražotājs paaugstina preces cenu, šīs preces pircēju skaits samazinās, bet citiem ražotājiem pieprasījums pēc viņu ražotās preces pieaug. Individuāls ražotājs šo pieaugumu sākumā nejutīs, jo tas tiks sadalīts starp ļoti daudziem ražotājiem. Līdz ar to atsevišķu aizstājējpreču ražotāji var uzskatīt savu konkurentu noteikto cenu par konstantu lielumu;

4. kaut gan preces atšķiras, to aizstājamības pakāpe ir augsta. Līdz ar to var pieņemt, ka tas ir vienas preces tirgus, kurš sadalīts mazākos tirgos, diferencējot cenu;

5. savstarpēji aizstājamo preču dažādības dēļ atsevišķos tirgos izveidojas monopols uz katru aizstājamo preci. Piemēram, zāles kādas noteiktas slimības ārstēšanai parasti izgatavo dažādas firmas. Katrai ir savi medicīnas preperātu kvalitātes un lietošanas rādītāji, kas ir priekšnoteikums monopola veidošanai uz doto aizstājējpreci;

6. tā kā preces ir līdzīgas, tirgū tās sāk konkurēt savstarpējās aizstājamības dēļ, proti, veidojas to monopolistiskā konkurence, piemēram, ziepju, slēpju, slīdu, medikamentu, u.c. preču tirgū, arī pakalpojumu tirgū (kosmētiskie kabineti, ķīmiskās tīrītavas, u.c.). Slavenu firmu izstrādājumi vienmēr tiek pārdoti par dārgāku cenu. Svarīga nozīme arī reklāmai;

7. tā kā preču savstarpējās aizstājamības pakāpe ir ļoti augsta, monopolvara nav liela.

## Pieprasījuma funkcija

Vienkāršības labad pieņemsim, ka eksistē tikai divi monopolistiskie konkurenti ( $A$  un  $B$ ). Tad pieprasījuma funkcija pēc viņu produkcijas ir izsakāma šādi:

$$\begin{aligned} Q_A &= a_A - b_A c_A + d(c_B - c_A) = a_A - (b_A + d)c_A + d c_B; \\ Q_B &= a_B - b_B c_B + d(c_A - c_B) = a_B - (b_B + d)c_B + d c_A. \end{aligned}$$

Šīs funkcijas parāda, ka, pirmkārt, firmas produkcijas pieprasījuma apjoms ir tiešā atkarībā no konkurenta produkcijas cenas un apgrieztā atkarībā no viņa paša produkcijas cenas; otrkārt, monopolistiskā konkurenta produkcijas pieprasījums sadalāms divos saskaitāmajos: "savu" pircēju pieprasījums, kas dod priekšroku tieši šādam produkcijas tipam, un "svešo" pircēju pieprasījums, kuri pērķ šo preci tikai tajā gadījumā, kad "viņu" firmu produkcijas cena ir pārāk augsta. "Savu" pircēju pieprasījumu raksturo parametrs  $b$ , bet "svešo" pircēju pieprasījumu raksturo parametrs  $d$ .

**Minimālā pieprasījuma funkcija** izsaka sakarību starp pieprasījuma apjomu un firmas produkcijas cenu, ja konkurenta preces cena ir nulle

$$Q_{Amin}^D = a_A - (b_A + d)c_A. \quad (13.1)$$

**Maksimālā pieprasījuma funkcija** izsaka sakarību starp pieprasījuma apjomu un firmas produkcijas cenu, ja konkurenta preces cena ir maksimālā iespējamā  $c_{Bmax}$ . Šo cenu var atrast no vienādības

$$a_B - b_B c_B + d(c_A - c_B) = 0,$$

no kuras iegūsim, ka

$$c_{Bmax} = \frac{a_B + d c_A}{b_B + d}.$$

Tad firmas  $A$  produkcijas maksimālā pieprasījuma funkcija ir izskatā

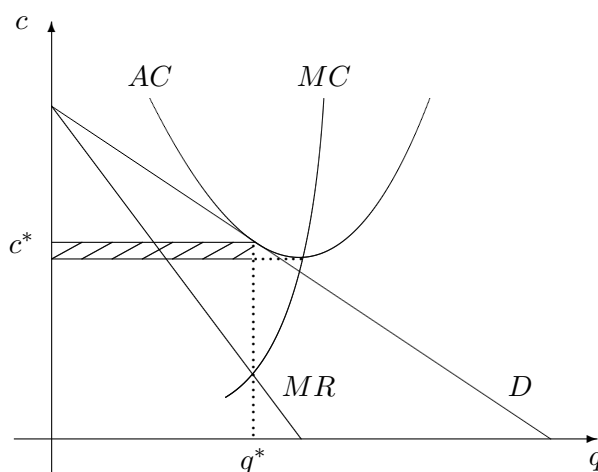
$$\begin{aligned} Q_{Amax}^D &= a_A - (b_A + d)c_A + \frac{d(a_B + d c_A)}{b_B + d} = \\ &= a_A + \frac{d a_B}{b_B + d} - \left( b_A + d - \frac{d^2}{b_B + d} \right) c_A. \end{aligned} \quad (13.2)$$

Izteiksmju (13.1) un (13.2) salīdzināšana parāda, ka līknes  $Q_{Amax}^D$  grafiks atrodas augstāk par līknes  $Q_{Amin}^D$  grafiku un tai ir mazāks slīpums ar abscisu asi. Minimālā pieprasījuma funkcija un maksimālā pieprasījuma funkcija ierobežo apgabalu, kurā atrodas monopolistiskā konkurenta produkcijas pieprasījuma līnija.

Tā kā monopolistiskajam konkurentam ir noteikta monopolistiskā vara, tad viņš izvēlas uz savas pieprasījuma līknes pāri cena-apjoms kā Kurno punktu. Var izrādīties, ka viņš gūs pat peļņu (skatīt atbilstošo situāciju 11.2.zīmējumā).

## Līdzsvars

Diemžēl monopolistiskās konkurences tirgū tāds stāvoklis nevar ilgi saglabāties. Tā kā iekļūšana apskatāmajā tirgū ir pieejama visiem, tad iespēja gūt šajā tirgū peļņu pievilinās dotās produkcijas jaunus ražotājus un tā rezultātā ražotāju tirgus daļas samazinās. Tas atspoguļojas kā pieprasījuma funkcijas pārbīde pa kreisi, un monopolistiskais konkurents atradīsies tādā situācijā, kāda parādīta 13.1.zīmējumā.

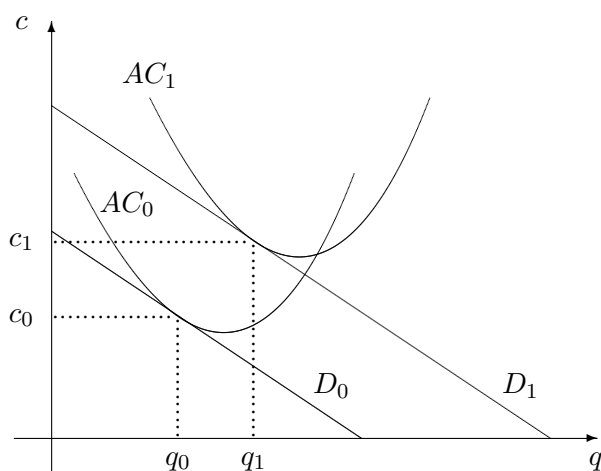


13.1. zīm.

Tādējādi monopolistiskās konkurences tirgū tāpat kā pilnīgas konkurences tirgū līdzsvara cena garā laika periodā ir vienāda ar ražošanas vidējiem izdevumiem, un firmas negūst peļņu. Bet atšķirībā no pilnīgas konkurences, monopolistiskais konkurents garā laika periodā neražos produkciju ar minimālajām vidējām izmaksām. Tā kā pieprasījuma līknes pieskares virziena koeficients ir negatīvs, tad vidējo izmaksu līkne pieskares pieprasījuma līknei pa kreisi no pēdējās minimuma. Tā rezultātā seko, ka ilglaicīga līdzsvara stāvoklī monopolistiskajiem konkurentiem eksistē pārpalikuma ražošanas jaudas un tāpēc heterogēnās preces izmaksā dārgāk nekā standarta. 13.1.zīmējumā iesvītrotais taisnstūra laukums reprezentē "samaksu par daudzveidību" heterogēnās preces tirgū.

Cits faktors, kas sadārdzina produkciju, kura tiek ražota monopolistiskās konkurences apstākļos, ir izdevumi par reklāmu. Ja pilnīgas konkurences apstākļos ražotājs netērē līdzekļus par reklāmu tāpēc, ka iespējamais efekts no tās zināmā mērā tiks citiem, bet monopolistam reklāma ir ne visai vajadzīga, jo nav konkurentu, tad monopolistiskās konkurences apstākļos reklāma

kalpo kā viens no ieročiem cīņā par eksistenci. 13.2.zīmējumā parādīts, kā reklāmas izdevumi var palielināt monopolistiskā konkurenta tirgus daļu. Izdevumi par reklāmu palielinājuši izdevumus par produkcijas vienību ( $AC_0 \rightarrow AC_1$ ), bet vienlaicīgi palielinājies pieprasījums pēc firmas produkcijas ( $D_0 \rightarrow D_1$ ), kā rezultātā palielinājies izlaides apjoms.



13.2. zīm.

**Piemērs.** Pieņemsim, ka monopolistiskā konkurenta produkcijas pieprasījuma funkcija ir  $q_A = 30 - 5c_A + 2c_B$  un kopējo izmaksu funkcija ir  $TC_A = 24 + 3q_A$ . Jāatrod cenas  $c_A$  un  $c_B$  ilgā laika perioda līdzsvara iestāšanās gadījumā.

**Atrisinājums.** Monopolistiskās konkurences tirgū līdzsvara iestāšanās gadījumā ilgā laika periodā izpildās divas vienādības:  $AC_A = c_A$  un  $MC_A = MR_A$ . Līdzsvara parametrus līdz ar to nosaka vienādojumu sistēma

$$\begin{cases} 3 + \frac{24}{q_A} = 6 + 0,4c_B - 0,2q_A; \\ 3 = 6 + 0,4c_B - 0,4q_A. \end{cases}$$

Atskaitot no pirmā vienādojuma otro, iegūsim vienādību  $\frac{24}{q_A} = 0,2q_A$ , seko, ka  $q_A \approx 10,95$ . Pie šādas izlaides  $AC_A = 3 + \frac{24}{10,95} \approx 5,19$ , tāpēc  $c_A \approx 5,19$  un  $c_B \approx 3,45$ . ■



# LEKCIJA NR. 14

## PIEDĀVĀJUMA OLIGOPOLS I

Piedāvājuma oligopola jēdziens  
Piedāvājuma oligopols homogēnas preces tirgū  
Kurno duapola modelis  
Štakerberga duapola modelis  
Kartelis

### Piedāvājuma oligopola jēdziens

Piedāvājuma oligopols izveidojas tad, kad nozares pieprasījumu apmierina neliels skaits ražotāju. Oligopola tirgū specifisks faktors cenu veidošanās procesā ir tas, ka, izvēloties produkcijas apjomu  $q$  un cenu  $c$ , oligopolists kopā ar pieprasījuma elastību un ražošanas izdevumu dinamiku ir spiests ievērot savu konkurentu reakciju. Tajā pašā laikā konkurentu reakcija ir atkarīga no tā, kādu lēmumu pieņem dotais oligopolists. Tāpēc oligopola tirgū līdzsvars iestājas konkurentu savstarpēji saistītu stratēģisku lēmumu rezultātā.

Viena konkurenta atbildes darbību raksturs uz citu konkurentu uzvedību ir atkarīgs no daudziem objektīviem un subjektīviem apstākļiem. Cenu veidošanās modeļiem oligopola tirgū ir jāsaturs noteikts algoritms pretinieku savstarpēji saistītajos atrisinājumos. Tas izskaidro, kāpēc eksistē liels daudzums cenu veidošanās teoriju oligopola tirgū, kuras atšķiras ar koncepcijām par oligopolista uzvedību attiecībā pret citu konkurentu uzvedību. Oligopolistu modeļošanai plaši tiek izmantoti spēļu teorijas instrumenti.

### Piedāvājuma oligopols homogēnas preces tirgū

Neliela skaita konkurentu uzvedības likumsakarības īpaši labi var ieraudzīt homogēnas preces tirgū; preces diferencēšana zināmā mērā šīs saistības atslābina.

Atšķirībā no monopola tirgus, kurā līdzsvara stāvoklis  $c$ ,  $q$  tiek noteikts viennozīmīgi ar monopolista nospraustajiem mērķiem, oligopola tirgū līdzsvars ir atkarīgs no tā, kādu rādītāju — cenu vai daudzumu — firmas izmanto par regulējošo parametru.

Oligopola tirgus analīzi ērti ir uzsākt ar vienkāršāko gadījumu — duapolu, t.i., piedāvājumu veido tikai divi pārdevēji. Šeit mēs apskatīsim dažus modeļus.

## Kurno duapola modelis

Kurno modeli aprakstījis *A. Cournot* 1838.gadā.

Pieņemsim, ka pie dota nozares pieprasījuma ( $c = g - hq$ ,  $g, h$  — konstantes) piedāvājumu veido divas firmas (I un II) tā, ka  $q = q_I + q_{II}$ . Ir zināmas firmu izdevumu funkcijas:  $TC_i = k_i + l_i q_i$ , kur  $i = I, II$ . Dotā informācija ir pieejama abām firmām. Konkurentu mērķis — maksimizēt peļņu. Lai to sasniegtu, firmas maina savas izlaides apjomu, pieņemot, ka konkurenta izlaides apjoms ir dots.

Noteiksim firmas I peļņu

$$\Pi_I = cq_I - k_I - l_I q_I = (g - hq_I - hq_{II})q_I - k_I - l_I q_I.$$

Tā sasniedz maksimumu, ja

$$g - 2hq_I - hq_{II} = l_I.$$

No šejienes seko, lai firma I iegūtu maksimālo peļņu, tai jānosaka savs piedāvājuma apjoms pēc formulas

$$q_I = \frac{g - hq_{II} - l_I}{2h} = \frac{g - l_I}{2h} - \frac{q_{II}}{2}. \quad (14.1)$$

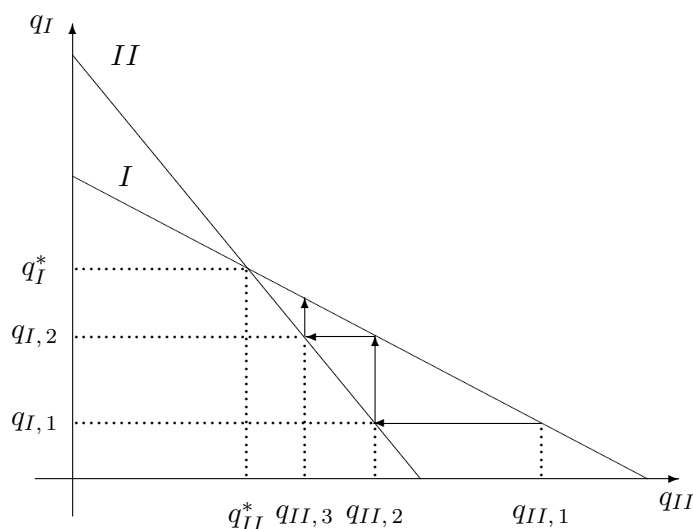
Vienādojums (14.1) raksturo firmas I reakciju attiecībā uz izlaides apjoma noteikšanu atkarībā no konkurenta izlaides apjoma un šo vienādojumu sauc par **reakcijas vienādojumu**.

Līdzīgu spriedumu rezultātā var izsecināt firmas II reakcijas vienādojumu

$$q_{II} = \frac{g - hq_I - l_{II}}{2h} = \frac{g - l_{II}}{2h} - \frac{q_I}{2}. \quad (14.2)$$

Atbilstoši šiem vienādojumiem (14.1) un (14.2) 14.1.zīmējumā uzzīmētas duapolistu reakcijas taisnes. Taišņu krustpunkts nosaka tirgus līdzsvaru, jo

tas norāda uz individuālā piedāvājuma apjomiem, kuru izmaiņā nav ieinteresēti neviens no konkurentiem.



14.1. zīm.

Pieņemsim, ka firma I nolēmusi ražot  $q_{I,1}$  produkcijas vienības. Tās peļņa būs maksimālā iespējamā, ja firmas II izlaides apjoms būs  $q_{II,1}$  produkcijas vienības. Bet, ja firma I ražo  $q_{I,1}$  produkcijas vienības, tad firma II, lai maksimizētu savu peļņu, piedāvās  $q_{II,2}$  produkcijas vienības. Firmas I atbildes reakcija būs izlaides apjoma palielināšana līdz  $q_{I,2}$  produkcijas vienībām. Savukārt saskaņā ar savu reakcijas taisni firma II samazinās ražošanas apjomu līdz  $q_{II,3}$  produkcijas vienībām. Tā šis proces turpināsies, kamēr tiks saasniegts līdzsvara stāvoklis  $q_I^*$  un  $q_{II}^*$ . Ievietojot vērtības  $q_I^*$  un  $q_{II}^*$  nozares pieprasījuma funkcijā, atradīsim līdzsvara cenu.

### Kurno modeļa vispārinājums

Izmantojot iepriekš aprakstīto Kurno duapola modeli, var konstruēt tirgus cenu veidošanās modeli ar jebkuru konkurentu skaitu.

Vienkāršības labad pieņemsim, ka visiem konkurentiem ir vienādas izmaksas par katru saražoto preces vienību (t.i., vienādas ir robežizmaksas)  $TC_i = lq_i$ ,  $i = I, \dots, n$ . Tādā gadījumā  $i$ -tās firmas peļņa ir  $\Pi_i = cq_i - lq_i$ ; tā kā  $c = g - h \sum_{i=I}^n q_i$ , tad

$$\begin{aligned} \Pi_i &= [g - h(q_I + q_{II} + \dots + q_n)]q_i - lq_i = \\ &= gq_i - hq_iq_I - hq_iq_{II} - \dots - hq_i^2 - \dots - hq_iq_n - lq_i. \end{aligned}$$

Peļņa sasniedz maksimumu, ja

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial q_i} = g - hq_I - hq_{II} - \dots - 2hq_i - \dots - hq_n - l = 0.$$

Tā kā  $g - hq_I - hq_{II} - \dots - hq_n = c$ , tad peļņas maksimizācijas nosacījums atsevišķai firmai  $i$  ir izskatā

$$c = hq_i + l.$$

No tā seko, ka  $q_i^* = \frac{c-l}{h}$ , t.i., līdzsvara stāvoklī visas firmas ražos vienādu daudzumu produkcijas. Tas izriet no pieņēmuma, ka visām firmām ir vienādi produkcijas robežizdevumi.

Ievietosim atsevišķas firmas līdzsvara izlaides apjomu nozares pieprasījuma funkcijas izteiksmē, tad

$$c = g - hq = g - nh \frac{c-l}{h} \Rightarrow c^* = \frac{g+nl}{1+n}.$$

Ja  $n = 1$ , iegūsim monopola cenu, bet, palielinoties  $n$ , cena tuvojas robežizmaksām.

Kurno modeļa līdzsvara stāvoklī nevienam no konkurentiem nav izdevīgi mainīt savu uzvedību, kamēr vien citu konkurentu uzvedība paliek nemainīga. Tādu stāvokli sauc par **Neša līdzsvaru**.

## Štakerberga duapola modelis

Štakerberga modelis ir jaunāks nekā Kurno modelis, to 1934.gadā Vīnē aprakstījis *H.Štakerberg* rakstā *Marktform und Gleichgewicht*.

Atšķirībā no Kurno modeļa, kurā abas firmas tirgū ir vienādi tiesīgi spēlētāji, Štakerberga modelī viena no tām ir aktīva (līderis I), bet otra — pasīva (sekotājs II). Sekotāja firma dod līderim iespēju pirmajam piedāvāt tirgū vēlamu preces daudzumu un atlikušo neapmierināto nozares pieprasījumu uztver kā savu tirgus daļu.

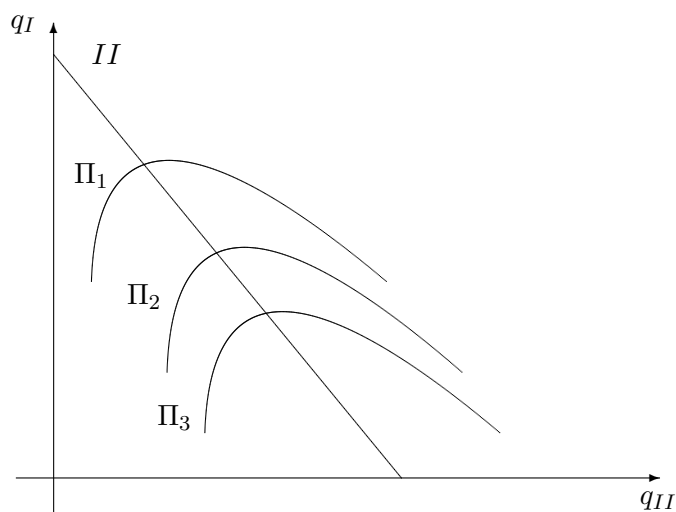
Tādas attiecības starp konkurentiem var rasties tad, ja informācija ir sadalīta nesimetriski: līderis zina sekotāja izdevumu funkciju, bet sekotājs nav informēts par līdera ražošanas iespējām.

Tādā situācijā firmām nav nepieciešams pieņemt stratēģiskus risinājumus. Līdera peļņa ir atkarīga tikai no viņa izlaides apjoma, bet sekotāja izlaides apjomu nosaka viņa reakcijas vienādojums  $q_{II} = q_{II}(q_I)$ .

Lai uzskatāmi salīdzinātu Kurno līdzsvaru ar Štakerberga līdzsvaru, duapolistu reakcijas līnijas nepieciešams papildināt ar vienādo peļņu līnijām — izoprofitām. Izoprofitu vienādojumus var iegūt, atrisinot duapola peļņas

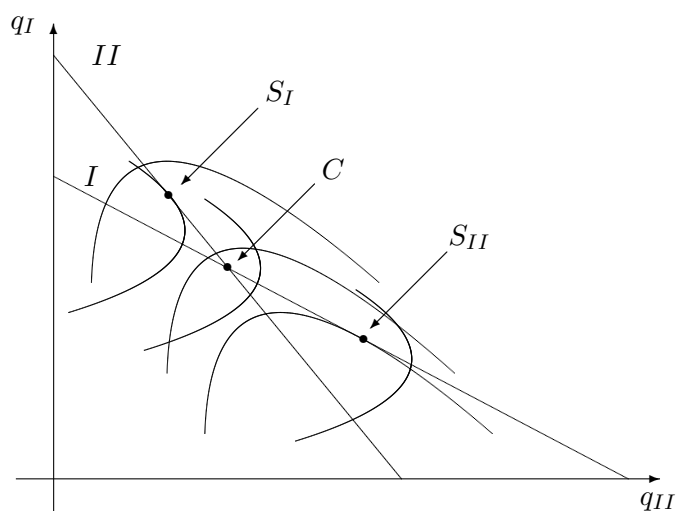
vienādojumu, kas nosaka to izlaides apjomu, kas garantē dotu daudzumu peļņas.

14.2.zīmējumā parādīts, kā izvietojas plānē firmas II izoprofitas. Ja dota firmas I izlaide, tad atbilstošais punkts uz firmas II reakcijas līnijas norāda ražošanas apjomu, kurš maksimizē peļņu. Firma II var iegūt tādu pašu peļņu pie lielākas vai mazākas izlaides tikai tad, ja firma I samazina tirgus piedāvājumu, tāpēc izoprofitas virsotnes atrodas uz reakcijas līnijas. Jo zemāk atrodas izoprofita, jo lielāku peļņu tā reprezentē; tas tāpēc, ka konkurentam tad atbilst mazāka izlaide.



14.2. zīm.

Savietojot duapolistu izoprofitu kartes, var ieraudzīt tos izlaides pārus  $q_I$ ,  $q_{II}$ , kas atbilst līdzsvara stāvokļiem Kurno un Štakerberga modeļos (14.3.zīmējums).



14.3. zīm.

Reakcijas līniju krustpunkts  $C$  reprezentē līdzsvaru Kurno modelī, bet sekotāja reakcijas līnijas pieskaršanās punkts ar viszemāko līdera izoprofitu reprezentē līdzsvaru Štakelberga modelī ( $S_I$  vai  $S_{II}$ ).

No 14.3.zīmējuma seko, ka firmai, kas kļuvusi par līderi, peļņa palielinās salīdzinājumā ar to, kuru tā saņēma Kurno modeļa konkurences apstākļos: līderis pāriet uz daudz zemāku izoprofitu.

## Kartelis

Tā kā maksimālo peļņu homogēnas preces tirgū nodrošina monopola cena, tad vislielāko peļņu duapolisti (oligopolisti) saņem tad, ja organizē **karteli** — atklātu vai slēptu norunu starp ražotājiem par tirgus piedāvājuma ierobežošanu ar nolūku uzturēt monopola cenu.

Taču karteļa vienošanās neveido Neša līdzsvaru, jo katrs no karteļa dalībniekiem var paaugstināt peļņu, palielinot savu izlaidi, kamēr citi pieturas pie norunas. Karteļa norunas izjaukšanas varbūtība pieaug, palielinoties karteļa dalībnieku skaitam.

# LEKCIJA NR. 15

## PIEDĀVĀJUMA OLIGOPOLS II

Bertrana modelis  
Cenu veidošanās aiz līdera  
Piedāvājuma oligopols heterogēnas preces tirgū

### Bertrana modelis

Ž. Bertrāns 1883. gadā Parīzē publicēja rakstu "Théorie Mathématique de la Richesse sociale", Journal de Savants, kurā kritizēja Kurno duopola modeli par to, ka šajā modelī konkurenti nosaka izlaides apjomu, bet nemaina preces cenu. Pēc Bertrāna domām tas neatbilst praksei: oligopolisti piedāvā pircējiem savas produkcijas katalogus, kuros ir norādītas cenas, bet nav nekas pateikts par pārdošanas apjomu. Bertrāna duopola modelī konkurenti pieņem lēmumus nevis par izlaides apjomu, bet par cenām.

Vispirms apskatīsim duopolistu uzvedību, pieņemot, ka robežizmaksas ir konstantas ( $MC = l$ ). Nozares pieprasījumu apraksta funkcija  $q^D = a - bc$ . Tā kā abas firmas ražo homogēnu preci, tad pieprasījums pēc vienas firmas produkcijas ir izskatā

$$q_i^D = \begin{cases} a - bc_i, & c_i < c_j; \\ 0, & c_i > c_j; \\ 0,5(a - bc_i), & c_i = c_j. \end{cases}$$

Firma iegūst visu tirgu, ja tās produkcijas cena ir mazāka par konkurenta cenu; pie pretējās situācijas firma zaudē tirgu. Tirgus tiek sadalīts uz pusēm, ja prece tiek tirgota par vienu un to pašu cenu.

Pie šādiem nosacījumiem tirgus līdzsvars iestājas tikai tajā gadījumā, ja abas firmas pārdot preci par vienu cenu, kura vienāda ar robežizmaksām  $c_I = c_{II} = l$ , par cik pie cenām  $c_I = c_{II} > l$  katram no konkurentiem pastāv

iespēja sagrābt visu tirgu, izvēloties cenu intervālā  $l < c_i < c_j$ . Jāsecina, ka tirgū ar ierobežotu konkurentu skaitu nostabilizējas tāda pati cena, kā pilnīgas konkurences tirgū.

Ja duopolistiem ir pieaugošas robežizmaksas, tad cenu konkurencei pastāv dažādi varianti. Konkrētai analīzei izmantosim šādas skaitliskas izdevumu un nozares pieprasījuma funkcijas:

$$\begin{aligned} TC_I = TC_{II} &= q + 0,5q^2 &\Rightarrow MC_I = MC_{II} &= 1 + q; \\ q^D = 16 - c &&\Rightarrow c = 16 - q^D &= 16 - 2q. \end{aligned}$$

Noskaidrosim, kad tirgū izveidojas līdzsvars ar nosacījumu  $c = MC$ :

$$16 - 2q = 1 + q \Rightarrow q = 5; c = 6.$$

Sadalot uz pusēm, katra firma iegūs peļņu  $\Pi_i = 6 \cdot 5 - 5 - 12,5 = 12,5$ .

Kas notiks, ja, piemēram, firma I nolemj paaugstināt cenu līdz 7, bet firma II tai neseko? Atšķirībā no situācijas ar konstantām robežizmaksām, firma I nebūs ārpus tirgus robežām, jo ar cenu  $c = 7$  viena firma nespēj piedāvāt vairāk par 6 produkcijas vienībām, jo pretējā gadījumā robežizmaksas pārsniedz cenu.

Tāpēc stāvoklis, kad pieaug robežizmaksas un kurā duopolisti sadalījuši tirgu uz pusēm pie cenas, kas vienāda ar robežizmaksām, nav stabils.

Noteiksim, ar kādu peļņas lielumu var rēķināties firma I, ja  $c_I = 7$  un  $c_{II} = 6$ . Tā kā firma II pārdod 5 produkcijas vienības, tad pieprasījums pēc firmas I produkcijas ir  $q_I + 5 = 16 - c_I \Rightarrow q_I = 11 - c_I$ . Iegūsim, ka par cenu  $c_I = 7$  firma I pārdos 4 produkcijas vienības un gūs peļņu  $\Pi_I = 7 \cdot 4 - 4 - 8 = 16$ .

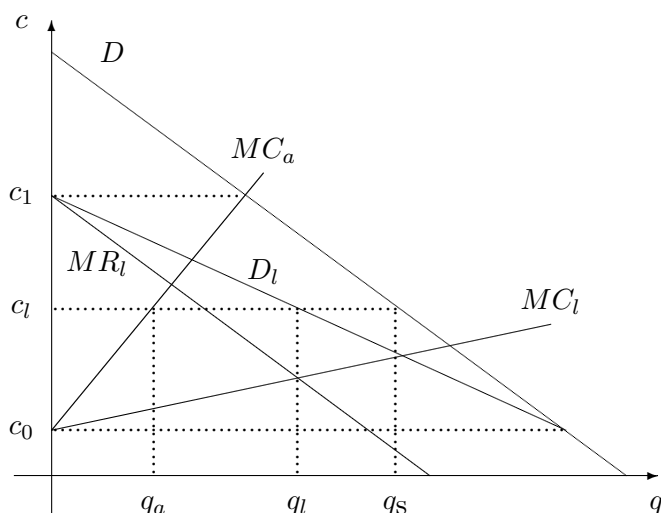
Tādējādi, ja Bertrana modelī robežizmaksas pieaug, tad neeksistē Neša līdzsvars un paredzēt cenas nav iespējams.

## Cenu veidošanās aiz līdera

Bertrana modelī konkurenti tirgū uzstājas kā vienādi tiesīgi spēlētāji. Bet eksistē tādas situācijas, kad vienai no firmām (līderis) ir zināmas priekšrocības salīdzinājumā ar citu (citām) firmu ražošanas apjomiem un ražošanas izdevumiem. Tādā gadījumā cenu tirgū nosaka līderis, bet cits pārdevējs (autsaiders) ir spiests pieņemt cenu kā eksogēnu parametru. Izrādās, ka autsaiders atrodas tādā pat stāvoklī, kā konkurentu firma pilnīgas konkurences tirgū, un palielina savu piedāvājumu tik ilgi, kamēr robežizmaksas kļūst vienādas ar cenu, kuru nosaka līderis.



Apskatīsim 15.1.zīmējumu. Šajā zīmējumā līnija  $D$  reprezentē nozares pieprasījumu, līnijas  $MC_a$  un  $MC_l$  reprezentē atbilstoši autsaidera un līdera robežizmaksas.



15.1. zīm.

Ja cena paaugstinās līdz  $c_1$ , tad autsaideris var viens apmierināt nozares pieprasījumu. Ja cena ir  $c_0$ , tad autsaideris aiziet no tirgus. Ja cena apstājas intervālā  $]c_0, c_1[$ , tad tirgus proporcionāli sadalās starp abiem konkurentiem. Rezultātā, atskaitot autsaidera piedāvājuma funkciju no nozares pieprasījuma funkcijas (horizontāli no līnijas  $D$  tiek atskaitīta līnija  $MC_a$ ), izveidojas pieprasījuma funkcija pēc līdera produkcijas. Atbilstošais krustpunkts starp līnijām  $MR_l$  un  $MC_l$  norāda uz līdera izlaidi  $q_l$  un cenu  $c_l$ , kas maksimizē tā peļņu. Par šo cenu autsaideris piedāvās produkcijas apjomu  $q_a$ , par cik pēc konstrukcijas  $q_l + q_a = q_s$ , t.i., nozares pieprasījums būs pilnībā apmierināts.

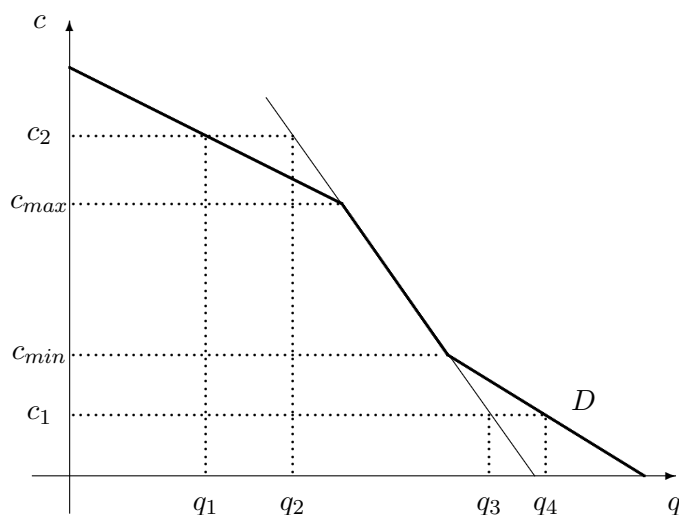
## Piedāvājuma oligopols heterogēnas preces tirgū

Oligopols heterogēnas preces tirgū atšķiras no monopolistiskās konkurences ar to, ka ir tikai daži pārdevēji. Neskatoties uz to, ka katra firma pārdod atšķirīgu no citiem produkcijas veidu, firmas lēmums par cenu un izlaides daudzumu ietekmē citu firmu darbības rezultātus. Līdzsvars šādā tirgū iestājas uz konkurentu stratēģisku lēmumu pamata.

Lēmumu pieņemšanas kopsakarības apskatīsim ar *Guttenberga duopola modeļa* palīdzību. Šajā modeli viena no firmām attiecībā pret otru var

pārstāvēt visu konkurentu kopumu.

Oligopola specifiku heterogēnas preces tirgū Gutenbergs attēlojis ar pakāpienveida pieprasījuma likni pēc tā produkcijas (15.2.zīmējums).



15.2. zīm.

Mainoties cenai intervālā  $]c_{min}; c_{max}[$ , oligopolists atrodas monopolista stāvoklī. Bet, ja viņš pacel savas produkcijas cenu augstāk par  $c_{max}$ , tad daļa viņa pircēju iepirksies pie konkurentiem, t.i., pirks tās pašas preces citu veidu. Tāpēc par cenu  $c_2$  pie oligopolista pirks nevis  $q_2$  produkcijas vienības, bet gan tikai  $q_1$  produkcijas vienības. Savukārt, ja cena būs mazāka par  $c_{min}$ , piemēram, tā būs  $c_1$ , tad ar no jauna pievilinātajiem pircējiem dotā firma varēs pārdot nevis  $q_3$  produkcijas vienības, bet gan vairāk —  $q_4$  produkcijas vienības.

Analītiski šī pieprasījuma funkcija pierakstās šādi:

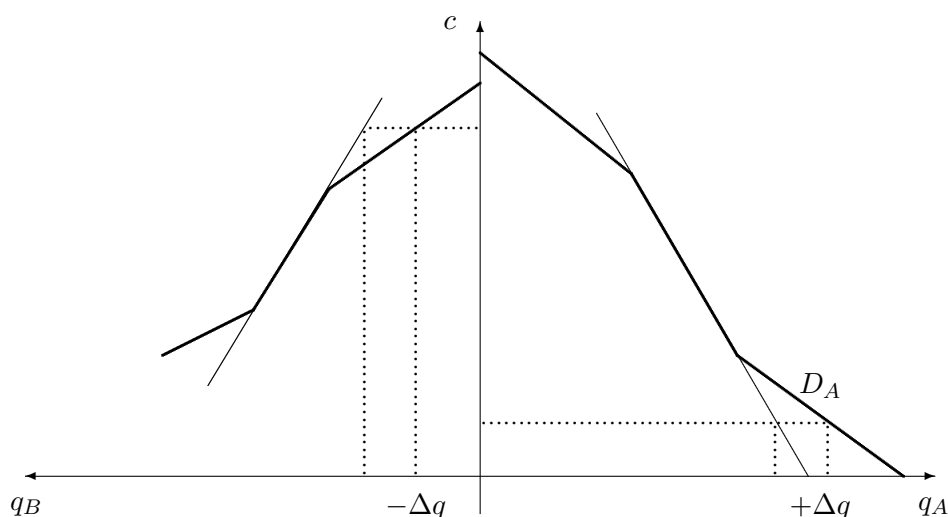
$$q^D = \begin{cases} a - bc + d(c_{max} - c), & \text{jā } c > c_{max}; \\ a - bc, & \text{jā } c_{min} \leq c \leq c_{max}; \\ a - bc + d(c_{min} - c), & \text{jā } c < c_{min}. \end{cases}$$

Varētu likties, ka vienas firmas produkcijas pieprasījums nav atkarīgs no citas firmas preces pieprasījuma, jo katrā pieprasījuma funkcijā ietilpst tikai viena veida preces cena. Taču tāda atkarība eksistē. Monopolu saimes pieprasījuma līknes nosaka katras firmas produkcijas pieprasījuma līknes robežas.

Vienas firmas pieprasījuma apjoma palielināšanās uz "svešu" pircēju rēķina ir saistīta ar citu firmu pieprasījuma apjoma samazināšanos. Tāpēc izeja no monopolistiskās daļas apakšējās robežas vienai firmai ir saistīta ar

citas firmas izeju virs monopolistiskās daļas augšējās robežas (15.3.zīmējums). Rezultātā monopolistiskās daļas pieprasījuma likņu robežas ir savstarpēji saistītas ar šādu sakarību:

$$\frac{c_{Amax} - c_A}{c_A - c_{Amin}} = \frac{c_B - c_{Bmin}}{c_{Bmax} - c_B}. \quad (15.1)$$



15.3. zīm.

Šī sakarība nosaka viena ražotāja heterogēnas produkcijas pieprasījuma līknes pārbīdes attālumu, ja izmainās konkurenta produkcijas cena.

Precizēsīm analīzi ar konkrētiem skaitliskiem parametriem divu firmu gadījumā, pieņemot, ka abas firmas specializējas vienas preces atšķirīgu veidu ražošanā.

Pieņemsim, ka pieprasījuma funkcija pēc firmas  $A$  izstrādājumiem ir

$$q_A^D = \begin{cases} 20 - c_A + 0,5(15 - c_A), & \text{ja } c_A > 15; \\ 20 - c_A, & \text{ja } 5 \leq c_A \leq 15; \\ 20 - c_A + 0,5(5 - c_A), & \text{ja } c_A < 5. \end{cases}$$

Pieņemsim, ka pieprasījuma funkcija pēc firmas  $B$  izstrādājumiem ir

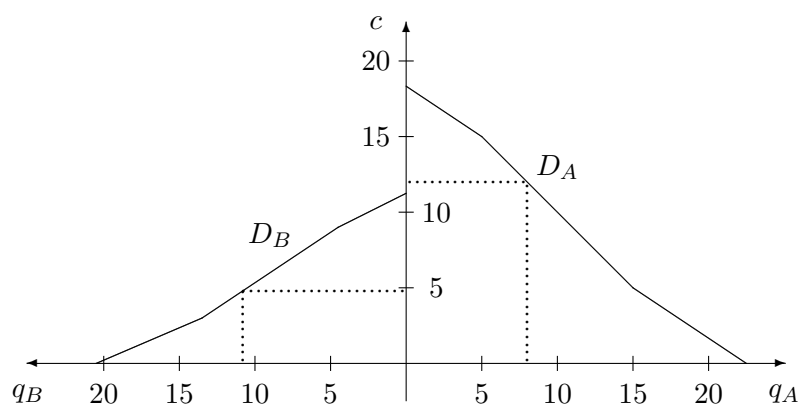
$$q_B^D = \begin{cases} 18 - 1,5c_B + 0,5(9 - c_B), & \text{ja } c_B > 9; \\ 18 - 1,5c_B, & \text{ja } 3 \leq c_B \leq 9; \\ 18 - 1,5c_B + 0,5(5 - c_B), & \text{ja } c_B < 3. \end{cases}$$

Pieņemsim, ka sākotnējā laika periodā firma  $A$  pārdod savus izstrādājumus par cenu  $c_{A0} = 12$ . Tad, izmantojot sakarību (15.1), var noskaidrot firmas

$B$  pārdošanas cenu:

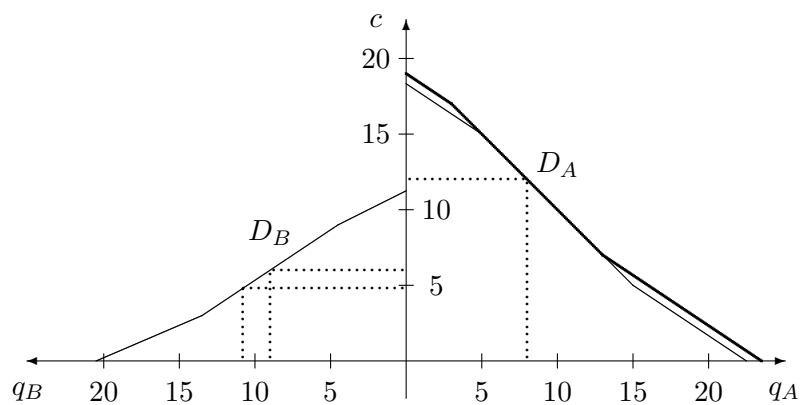
$$\frac{15 - 12}{12 - 5} = \frac{c_B - 3}{9 - c_B} \Rightarrow c_{B0} = 4,8.$$

Sākuma stāvoklis grafiski attēlots 15.4.zīmējumā a).



15.4. zīm. a)

Ja firma  $B$  izdomā paaugstināt cenu līdz  $c_{B1} = 6$ , tad no sakarībām (15.1) un  $c_{Amax} - c_{Amin} = 10$  var noteikt jaunās robežas monopolojai daļai firmas  $A$  produkcijas pieprasījuma līknei:  $c_{Amax} = 17$ ,  $c_{Amin} = 7$ . Šīs firmas pieprasījuma līknes pārbīde parādīta 15.4.zīmējumā b). Biezākā līnija attēlo jauno pieprasījuma līkni.

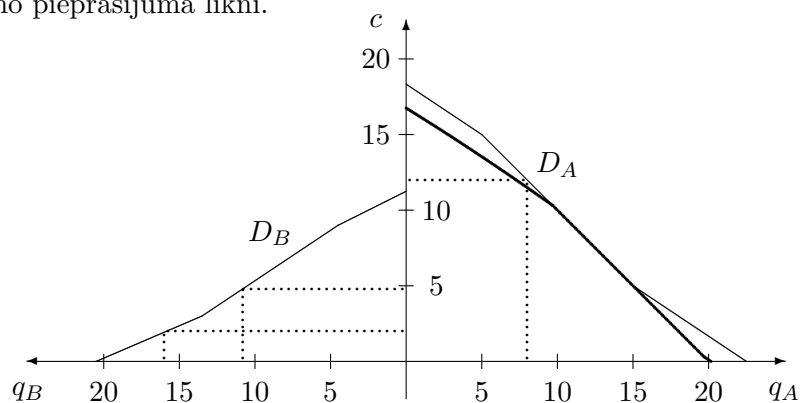


15.4. zīm. b)

Tā kā firma  $B$  tika izmainījusi cenu savas monopolās daļas robežās, tad tas neietekmēja firmas  $A$  ienākumus, tomēr firmas  $A$  stāvoklis tirgū ir iz-

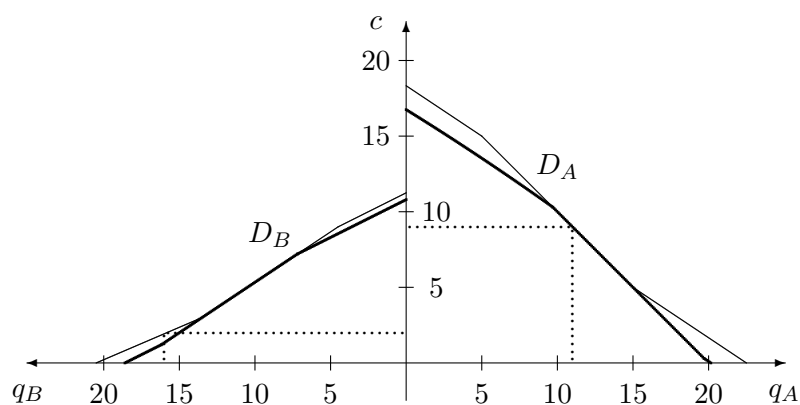
mainījies, jo pārbīdās pieprasījuma līkne  $D_A$ .

Pieņemsim, ka firma  $B$  ir pazeminājusi cenu līdz  $c_{B2} = 2$ . Līdzīgi kā iepriekš atradīsim, ka  $c_{Amax} = 10,3$  un  $c_{Amin} = 0,3$ . Firmas  $A$  produkcijas pieprasījuma līknes pārbīde redzama 15.4.zīmējumā c). Biezākā līkne attēlo jauno pieprasījuma līkni.



15.4. zīm. c)

Firmas  $B$  izešana zem produkcijas pieprasījuma līknes monopolās daļas apakšējās robežas pievilina jaunus pircējus, kuri tiek atņemti konkurentam. Tāpēc līkne  $D_A$  pārvietojas uz leju tik daudz, ka firmas  $A$  sākuma cena atrodas augstāk par tās monopolās daļas augšējo robežu; tas nozīmē, ka šī firma zaudē daļu savu pircēju. Lai atgūtu pircējus, firmai  $A$  ir jāatrodas savas pieprasījuma līknes monopolajā daļā. To var panākt, samazinot cenu līdz  $c_{A1} = 9$ . Savukārt tagad pārbīdās firmas  $B$  pieprasījuma līkne tā, ka  $c_{Bmax} = 7,2$  un  $c_{Bmin} = 1,2$ . Rezultāts redzams 15.4.zīmējumā d).



15.4. zīm. d)

Tādā veidā Gutenberga duopola modeli līdzsvara pāris  $c$ ,  $q$  vienmēr atrodas atsevišķo firmu produkciju pieprasījuma līkņu monopolajā daļā. Pie tam konkurences laikā šīs daļas mainās nevis horizontāli, kā tas ir monopolās konkurences tirgū, bet gan vertikāli.

# LEKCIJA NR. 16

## RAŽOŠANAS FAKTORU TIRGUS

Ražošanas faktoru cenu veidošanās  
Darba piedāvājuma funkcija  
Kapitāla piedāvājuma funkcija

### Ražošanas faktoru cenu veidošanās

Ražošanas faktoru tirgus cena tāpat kā visiem labumiem veidojas pieprasījuma un piedāvājuma savstarpēju iedarbību rezultātā. Tomēr ražošanas faktoru cenu veidošanās procesam ir dažas īpatnības, kas rada nepieciešamību šo procesu aplūkot atsevišķi.

Ja patēriņa labumu piedāvājums tiek izdarīts no firmu puses, bet pieprasījumu pēc tiem izsaka patērētāji, tad ražošanas pamatfaktoros (darbu, zemi, kapitālu) piedāvā māsaimniecības, kas ir to īpašnieki, bet pieprasījumu izsaka firmas. Tāda tirgus aģentu lomu maiņa noved pie tā, ka ražošanas faktoru tirgū individuāls piedāvājums tiek veikts, izejot no derīguma funkcijas maksimizācijas, bet individuālais pieprasījums — no peļņas maksimizācijas vai citiem firmas mērķiem, bet labumu (preču) tirgū ir pilnīgi otrādāk — pieprasījums bija saistīts ar derīguma maksimizāciju un piedāvājums ar peļņas maksimizāciju.

Ražošanas pamatfaktori ir ilgas lietošanas objekti, kas piedāvā ražošanas pakalpojumus vairākos produkcijas izgatavošanas ciklos. Tā rezultātā tiem ir divas cenas — nomas cena un kapitāla cena. Nomas cena ir tāda naudas summa, kādu nepieciešams samaksāt par ražošanas faktora izmantošanu noteiktā laika periodā (par stundu, dienu vai citu laika vienību). Kapitāla cena izsaka faktora pakalpojuma šodienas vērtīgumu par visu tā kalpošanas ilgumu.

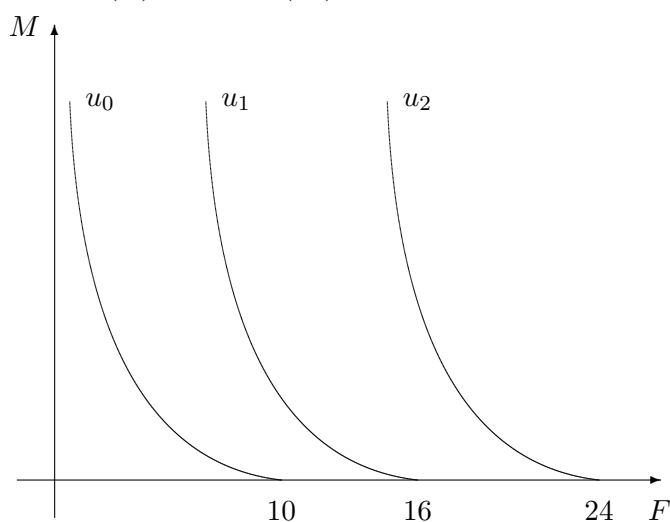
Ražošanas faktoru cenu loma nacionālajā ekonomikā ir atšķirīga no patēriņa labumu cenu lomas. Ja labuma cenas veidošanās procesā tiek risināta problēma,

ko ražot (jo, mainoties labuma cenai, tiek novērota starpnozaru kapitāla pārdale), tad ražošanas faktoru cenas nosaka, pirmkārt, *kā* (pēc kādas tehnoloģijas) ražot, un, otrkārt, *kam* ražot. No ražošanas faktoru cenas ir atkarīgi to īpašnieku ienākumu apmēri. Tāpēc ražošanas faktoru cenu veidošanās teorija vienlaicīgi ir teorija par to, kā sadalīt nacionālo ienākumu tirgus ekonomikā.

## Darba piedāvājuma funkcija

Pieņemsim, lai noteiktu darba piedāvājuma daudzumu, indivīds uzvedas tāpat, kā nosakot labuma pieprasījuma apjomu, t.i., viņš cenšas maksimizēt savu derīguma funkciju.

Brīvo laiku ārpus darba indivīds apskata arī kā noteiktu labumu kaut vai tāpēc, ka viņam ir nepieciešams laiks visu citu labumu patērēšanai. Tā kā kopējais laiks, kas ir subjekta rīcībā, ir ierobežots, tad katra stunda darba samazina brīvo laiku un tādējādi arī subjekta labklājību. Lai uzskatāmi parādītu brīvā laika ietekmi uz indivīda labklājību, uzzīmēsim divu labumu — brīvais laiks ( $F$ ) un nauda ( $M$ ) — vienādo derīgumu karti (16.1.zīmējums).



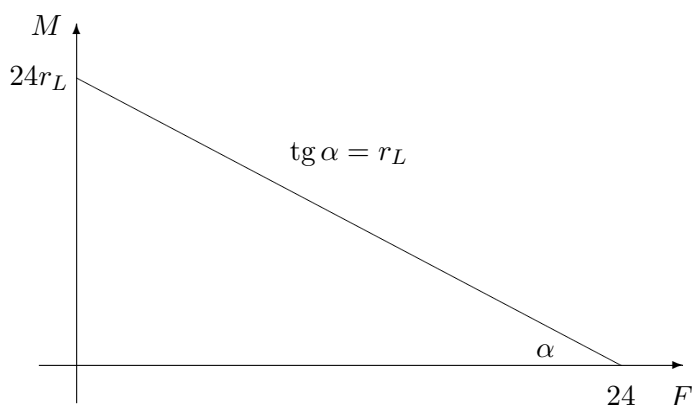
16.1. zīm.

Šī karte raksturo subjekta priekšrocību sakārtojumu attiecībā pret atšķirīgām brīvā laika un naudas kombinācijām. Vienādo derīguma līkņu izliektība uz leju norāda uz to, lai saglabātu indivīda labklājības līmeni noteiktā līmenī, katras papildus stundas brīvā laika samazinājums ir jākompensē ar aizvien lielāku naudas summu. Jo tālāk no koordinātu sākuma atrodas vienādo



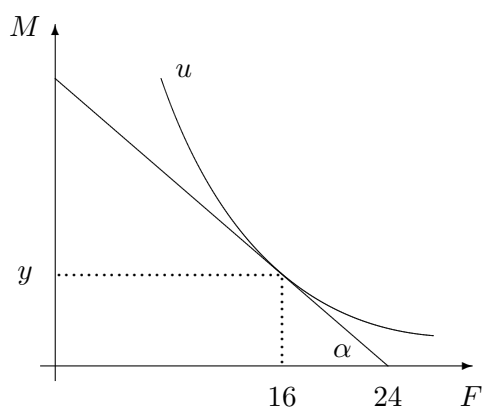
derīgumu likne, jo augstāku labklājības stāvokli tā reprezentē.

Ja ir dota darba cena, tad var uzzināt, kā indivīds sadala kalendāro laiku starp darbu un brīvo laiku. Pieņemsim, ka par vienas stundas darbu maksā  $r_L$  naudas vienības. Tad par diennakts darbu indivīds var nopelnīt  $y = (24 - F)r_L$ . Tādā veidā nopelnīto darba algu attēlo taisne 16.2. zīmējumā.

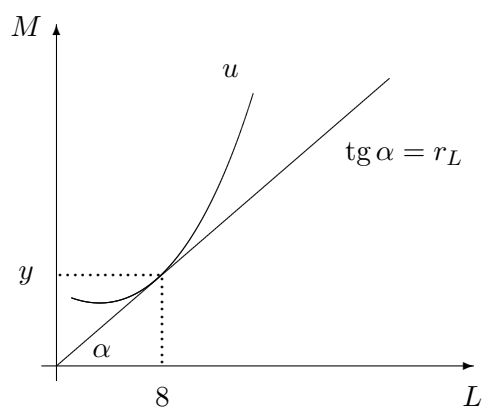


16.2. zīm.

Šīs taisnes katrs punkts parāda indivīdam *pieejamo* brīvā laika un naudas pāri pie dotas samaksas par darbu. Tā kā jebkura vienādo derīgumu līkne reprezentē *vēlamo* šo labumu pāri indivīdam, tad, savietojot vienā zīmējumā darba samaksas taisni un indivīda vienādo derīgumu karti, atradīsim, kādu darba daudzumu indivīds piedāvās (un no kāda brīvā laika daudzuma atteiksies), ja dota darba cena (16.3. zīmējums a)). Tā kā darba laiks ir starpība starp kalendāro laiku un brīvo laiku, tad darba piedāvājuma apjomu var reprezentēt koordinātu  $M, L$  sistēmā, kā tas ir parādīts 16.3. zīmējumā b)).



16.3. zīm. a)

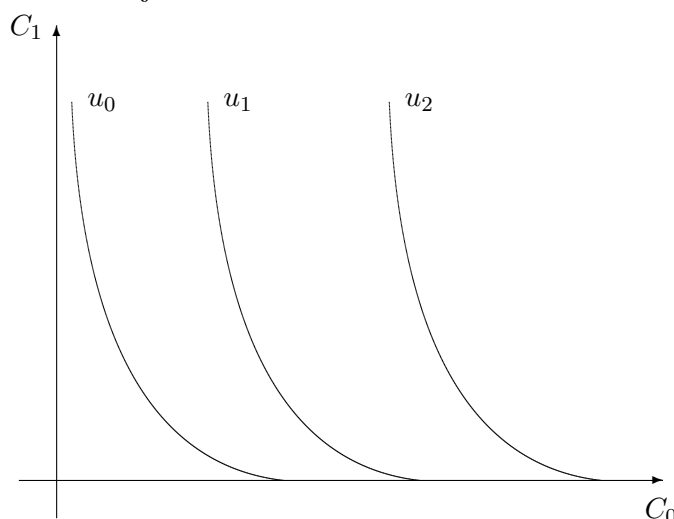


16.3. zīm. b)

## Kapitāla piedāvājuma funkcija

Kapitāls ietver sevī faktoru kopumu, kuri paaugstina darba rezultativitāti, — tie ir ražošanas ēkas un iekārtas, minimālie nepieciešamie resursu un gatavās produkcijas krājumi, strādnieku kvalifikācija, patenti, u.c. Kapitāls veidojas uz ienākumu neizmantotās daļas rēķina, t.i., ietaupījumiem.

Ietaupījumi palielina patēriņa iespējamību nākošajos periodos, bet samazina tekošā perioda patēriņu. Individīda uzvedības loģikas skaidrojumu, kā sadalīt tekošos ienākumus patērējamajos un saglabājamajos, var izdarīt ar daudzperiodiskas derīguma funkcijas jēdziena palīdzību. Vienkāršības labad pieņemsim, ka eksistē tikai divi periodi: tekošais  $t_0$  un nākošais  $t_1$ . Tad derīguma divperiodu funkcija ir pierakstāma šādi  $u = u(C_0, C_1)$ , kur  $C_0$  un  $C_1$  ir indivīda patēriņa apjomi tekošajā un nākošajā periodā. Grafiski tas attēlots 16.4.zīmējumā.



16.4. zīm.

Jebkurš punkts vienādo derīgumu kartē atbilst noteiktam indivīda patēriņa apjomu tekošajā un nākamajā periodā pārim. Visi pāri uz vienas un tās pašas vienādo derīgumu līknes reprezentē vienādu labklājības līmeni divos periodos. Vienādo derīguma līkņu izliektība uz leju liecina par to, ka, samazinot tekošā perioda patēriņu, indivīds uzskata savu labklājības līmeni par neizmainītu, ja jebkura papildus vienība, kas tiek atskaitīta no tekošā patēriņa, tiek kompensēta ar visu laiku pieaugošu patēriņu nākotnē.

Derīguma divperiodu funkcija atspoguļo indivīda priekšrocību sakārtojumu noteiktiem tekošā un nākošā perioda patēriņa apjomiem. Indivīdam pieļaujamo pāri  $C_0, C_1$  nosaka divperiodu budžeta vienādojums. Pieņemsim, ka periodā

$t_0$  indivīds ieguvis  $y_0$  lielus ienākumus, kas kalpo par pamatu viņa patēriņam abos periodos. Pie tam saglabājamo ienākumu daļu viņš var aizdot uz procentiem  $i$ . Tad viņa divperiodu budžeta vienādojums ir

$$C_1 = (y_0 - C_0)(1 + i) = (1 + i)y_0 - (1 + i)C_0.$$

Vienādojums parāda, kā indivīds var variēt ar patēriņa apjomu abos periodos. Pilnībā atsakoties no patēriņa tekošajā periodā, patēriņš nākošajā periodā būs  $(1 + i)y_0$ . Katra patēriņa vienība tekošajā laika periodā samazina patēriņu nākošajā periodā par  $(1 + i)$  vienībām.

Savietojot divperiodu budžeta līniju ar vienādo derīgumu karti, kura reprezentē divperiodu derīguma funkciju, var noteikt, kā pie noteiktas procentu likmes indivīds sadala savu tekošos ienākumus patēriņam un saglabājamajai daļai: budžeta līnijas pieskaršanās punkts ar vistālāko vienādo derīguma līkni norāda tekošā perioda patēriņa apjomu, līdz ar to arī ietaupījumus. Iespēja daļu ienākumu aizdot uz procentiem palielina indivīda labklājības līmeni, jo pateicoties aizdevumam indivīds "pāriet" uz augstāku vienādo derīgumu līkni.

## Pieprasījuma funkcija

Peļņas nepieciešamais maksimizācijas nosacījums  $MR(q) = MC(q)$ , pieņemot firmai lēmumu par darba apjoma izmantošanu, tiek modificēts sekojošā veidā:

$$\frac{dTR(q(L))}{dL} = \frac{dTC(q(L))}{dL}.$$

Kreisā vienādības puse parāda, par cik pieaug firmas ieņēmumi, palielinot darbu par vienu vienību, — tos sauc par darba robežienākumiem no robežprodukta. Labā puse parāda, par cik palielinās firmas kopējie izdevumi, izmantojot papildus darba vienību, — tos sauc par darba robežizmaksām. Ja faktora cena nav atkarīga no tā apjoma iepirkuma, tad starp faktora cenu un maksimālo tā izmantošanas apjomu izveidojas viennozīmīga sakarība, kuru sauc par firmas faktora pieprasījuma funkciju. Tās izskats ir atkarīgs no firmas statusa labumu tirgū.

## MĀJAS UZDEVUMI 2007.gada rudenī

1.UZDEVUMS. Dota pieprasījuma funkcija  $q_n = a \cdot c_n + b \cdot c_i + dL$ .

a) Ievietot vienādojumā  $a = -5$ ,  $b = 1,5$ ;  $c_i = 20$ ,  $d = 0,4$ ,  $L = 150$ .

Uzrakstīt iegūto pieprasījuma funkcijas vienādojumu un attēlot to grafiski.

b) Vai tā ir pieprasījuma normāla vai anomāla reakcija?

c) Pārveidot vienādojumu, pieņemot, ka ienākumi

1) pieaug līdz  $L = 200$ ,

2) samazinās līdz  $L = 100$ .

Attēlot grafiski un noteikt, vai tā ir normāla vai mazvērtīga prece!

d) Pārveidot vienādojumu, pieņemot, ka preces  $i$  cena

1) pieaug līdz  $c_i = 40$ ,

2) samazinās līdz  $c_i = 10$ .

Attēlot grafiski un noteikt, vai preces  $i$  un  $n$  ir savstarpēji aizstājamas vai papildinošas preces.

2.UZDEVUMS. Individīda derīguma funkcija ir  $u = \frac{q_H q_G}{q_H + q_G}$ , kur  $q_H$ ,  $q_G$  labumu  $H$  un  $G$  daudzumi. Individīda budžets ir  $L$  naudas vienības. Kādas ir atbilstošās labumu  $H$  un  $G$  pieprasījumu funkcijas? Kā izmainīsies indivīda pieprasījuma apjoms pēc labuma  $H$ , ja labuma  $G$  cena pazeminās?

3.UZDEVUMS. Ir dota derīguma funkcija  $u = q_2 \sqrt{q_1}$ , pirmās preces cena  $c_1 = 15$  un otrās preces cena  $c_2 = 5$ .

a) Noteikt optimālo patēriņa preču kombināciju.

b) Uzrakstīt pirmās preces pieprasījuma funkcijas  $q_1 = f(L)$  vienādojumu.

4.UZDEVUMS. Patērētājs pērk trīs preces: maizi, desu, pienu. Maizei viņš patērē 20%, desai — 50% un pienam 30% no saviem ienākumiem. Aprēķināt patērētāja pieprasījuma elastību pienam, ja zināms, ka ienākumu elastība maizei ir  $-1$ , desai  $+2$ . Tiek pieņemts, ka ienākumi ir  $L = 1000$  naudas vienības un to pieaugums ir par 1%.

5.UZDEVUMS. Pieprasījuma taisnes vienādojums ir  $c = -\frac{4}{5}q + 8$ .

a) Konstruēt šo taisni!

b) Noteikt elastības koeficientus punktos  $A_1$ , kur  $q_1 = 4$ ,  $A_2$ , kur  $q_2 = 5$ , un  $A_3$ , kur  $q_3 = 7$ .

c) Raksturot iegūtos rezultātus.

6.UZDEVUMS. Tirgū ir trīs pārdevēji un trīs pircēji. Pārdevēju piedāvājumu funkcijas ir  $q_1^S = 2c - 6$ ,  $q_2^S = 3c - 15$ ,  $q_3^S = 5c$ . Pircēju pieprasījuma funkcijas ir  $q_1^D = 12 - c$ ,  $q_2^D = 16 - 4c$ ,  $q_3^D = 10 - 0,5c$ . Noteikt līdzsvara cenu un katra tirgus dalībnieka atbilstošo darījuma apjomu.

7.UZDEVUMS. Tirgus pieprasījums ir  $q^D = 10 - c$  un tirgus piedāvājums ir  $q^D = -5 + 2c$ . Par katru pārdoto produkcijas vienību ražotājs maksā nodokli 1,5 naudas vienības. Kādu nodokļa daļu ražotājs liek maksāt pircējam?

8.UZDEVUMS. Monopola tirgus pieprasījums ir  $c = g - hq$  ( $g$  un  $h$  ir konstantes). Monopols cenšas maksimizēt peļņu. Monopola kopējo izdevumu funkcija ir  $TC = m + nq$  ( $m$  un  $n$  ir konstantes).

1) Noteikt monopola maksimālo peļņu!

2) Atrast pieprasījuma elastības koeficientu maksimuma stāvoklī!

9.UZDEVUMS. Nozares pieprasījums ir  $c = 24 - 1,5q$ ; to apmierina monopols, kura kopējie izdevumi ir  $TC = 50 + 0,3q^2$ . Kāda ir maksimālā iespējamā monopola peļņa, ja produkciju pārdod partijās pa 4 produkcijas vienībām katrā (pēdējā partija var būt citā apjomā).

10.UZDEVUMS. Duapola tirgū pieprasījumu nosaka funkcija  $c = 80 - 0,5q$ ; kopējo izmaksu funkcijas firmām ir  $TC_1 = 10 + 0,25q_1^2$  un  $TC_2 = 25 + 10q_2$ . Noteikt 1) līdzsvara cenu, 2) katras firmas piedāvājuma apjomu un 3) tās peļņu, ja duapola tirgus veidojas kā a) Kurno modelis, b) Štackelberga modelis (ja 1.firma ir līderis), c) kartelis.