LATVIJAS UNIVERSITĀTE

STUDIJU KURSA PIETEIKUMS

Kursa nosaukums	Mērs un integrālis
Kredītpunkti	4
Kopējais stundu skaits	64
Lekciju stundu skaits	64
Semināru, praktisko vai laboratorijas darbu stundu skaits	-
Kursa līmenis: 1-4 – bakalaura; 5-6 – maģistra; 7 – doktora; T – tālākizglītības	5
Priekšzināšanas	Matemātiskā analīze IV Algebra II
Zinātņu nozare vai apakšnozare	Matemātika
Ekvivalentais studiju kurss	Nav

KURSA AUTORS (-I)

Vārds	*Uzvārds*	*Personas kods*
Svetlana	Asmuss	191163-12701

KURSA ANOTĀCIJA

Kursā tiek izklāstīti Lebega mēra un integrāļa vispārīgās teorijas pamati. Kursa pamattēmas ir: kopu klases un funkcijas, mēra jēdziens un īpašības, Karateodori konstrukcija mēra paplašināšanai, integrāļa vispārīgā definīcija un īpašības, Radona – Nikodima teorēma, Lebega mērs un integrālis, Lebega-Stiltjesa mērs un integrālis. Kursā varbūtību teorijas pamati tiek aprakstīti no mēra teorijas viedokļa.

REZULTĀTI

Jāformulē kursā iegūstamās akadēmiskās un profesionālās kompetences.

Sekmīgu studiju rezultātā students apgūst Lebega mēra un integrāļa teorijas jēdzienus un rezultātus.

PRASĪBAS KREDĪTPUNKTU IEGŪŠANAI

Jānorāda, kādi darbu veidi (kontroldarbi, praktiskie darbi, laboratorijas darbi, semestra darbi u. c.) studentam jāizpilda un to īpatsvars kopējā vērtējumā.

Studentam jāapgūst kursā iekļautie teorētiskie jautājumi un jānokārto mutisks eksāmens. 100 % no kopējā vērtējuma students saņem par eksāmena atbildi.

KURSA PLĀNS

Nr. p.k.	*Tēma*	*Paredzētais apjoms stundās*
1.	**Kopu klases un funkcijas.**	**8**
2.	**Mērs. Karateodori konstrukcija mēra paplašināšanai.**	**10**
3.	**Lebega mērs. Lebega-Stiltjesa mērs.**	**6**
4.	**Mērojamas funkcijas.**	**6**
5.	**Varbūtību telpa. Gadījuma lielumi.**	**6**
6.	**Integrāļa vispārīgā definīcija un īpašības.**	**10**
7.	**Levi, Fatu un Lebega teorēmas.**	**4**
8.	**Radona – Nikodima teorēma.**	**4**
9.	**Lebega integrālis. Lebega-Stiltjesa integrālis.**	**8**
10.	**Pārskats.**	**2**

KURSA SATURS

Jānorāda katrā tēmā izskatāmie pamatjautājumi, semināru tēmas, referātu tēmas, pastāvīgie darbi, kontroldarbi u. c. Katrai tēmai atsevišķi var norādīt ieteicamās literatūras sarakstu.

1. temats. **Kopu klases un funkcijas.**
(lekcijas – 8 stundas)

Kopu pusgredzens, gredzens, algebra un sigmaalgebra; ar kopu klasi asociētas klases. Borela kopu sigmaalgebra.
Kopu funkcijas un to īpašības: monotonitāte, pusaditivitāte, aditivitāte, nepārtrauktība, absolūtā nepārtrauktība.

2. temats. **Mērs. Karateodori konstrukcija mēra paplašināšanai.**
(lekcijas – 10 stundas)

Mēra jēdziens un īpašības. Mēra pilnums. Elementārs mērs, ārējais mērs. Karateodori konstrukcija mēra paplašināšanai no pusgredzena uz sigmaalgebru.

3. temats. **Lebega mērs. Lebega-Stiltjesa mērs.**
(lekcijas – 6 stundas)

Lebega mērs kopām no n - dimensionālās Eiklīda telpas. Sakars starp Lebega nozīmē mērojamām kopām un Borela kopām. Lebega-Stiltjesa mērs un tā īpašības.

4. temats. **Mērojamas funkcijas.**
(lekcijas – 6 stundas)

Mērojamas funkcijas un to īpašības. Mērojamu funkciju virknes un to konverģence. Vienkāršas mērojamas funkcijas. Mērojamu funkciju klases struktūra.

5. temats. **Varbūtību telpa. Gadījuma lielumi.**
(lekcijas – 6 stundas)

Notikumu algebra un sigmaalgebra. Notikumu varbūtība. Varbūtību telpa. Gadījuma lielumi un to īpašības. Gadījuma lieluma sadalījuma funkcija, sadalījuma blīvuma funkcija. Gadījuma lieluma matemātiskā cerība un dispersija.

6. temats. **Integrāļa vispārīgā definīcija un īpašības.**
(lekcijas – 10 stundas)

Integrālis no nenegatīvas mērojamas vienkāršas funkcijas, integrālis no nenegatīvas mērojamas funkcijas, integrālis no patvaļīgas mērojamas funkcijas. Integrāļa īpašības. Integrējamas funkcijas un to īpašības.

7. temats. **Levi, Fatu un Lebega teorēmas.**
(lekcijas – 4 stundas)

Robežpāreja zem integrāļa zīmes. Levi teorēma. Fatu teorēma. Lebega teorēma.

8. temats. **Radona – Nikodima teorēma.**
(lekcijas – 4 stundas)

Nenoteiktais integrālis. Nenoteiktā integrāļa absolūtā nepārtrauktība. Atvasinājums pēc mēra. Radona-Nikodima teorēma.

8. temats. **Lebega integrālis. Lebega-Stiltjesa integrālis.**
(lekcijas – 8 stundas)

Lebega integrālis. Lebega integrāļu aprēķināšanas metodes. Lebega integrālis no funkcijas, kas integrējama Rīmaņa nozīmē. Lebega-Stiltjesa integrālis.

LITERATŪRA

Mācību pamatliteratūra

1.	Kārkliņš I., *Ievads integrāļa teorijā,* Rīga, LU, 1990.
2.	Kārkliņš I., *Lebega integrāļi,* Rīga, LU, 1991.
3.	Халмош П., *Теория меры*, Москва, ИЛ, 1953.
4.	Боровков А.А., *Теория вероятностей*, Москва, Наука, 1976.
5.	Дьяченко М. И., Ульянов П.Л., *Мера и интеграл*, Москва, Факториал Пресс, 2002.
6.	Gricāns A., Starcevs V., *Lebega mērs un integrālis*, Daugavpils, Saule, 2004.

Papildliteratūra

1.	Вулих Б.З., *Краткий курс теории функций вещественной переменной*, Москва, Наука, 1973.
2.	Колмогоров А.Н., Фомин С.В., *Элементы теории функций и функционального анализа*, Москва, Наука, 1989.
3.	Невё Ж., *Математические основы теории вероятностей*, Москва, Мир, 1969.
4.	Теляковский А.С., *Сборник задач по теории функций действительного переменного,* Москва, Наука, 1980.
5.	Очан Ю.С., *Сборник задач по математическому анализу*, Москва, Просвещение, 1981.