

H. Hopfīlda tīkls (Hopfield network)

20. gs. 80. sākumā starp pazīstamākajiem neironu tīklu pētniekiem bija Džons Hopfīlds (*John Hopfield*). Viņš izveidoja t.s. Hopfīlda tīkla modeli, un viņa panākumi uzskatāmi par zināmu renesansi apstākumam neironu tīklu izpētes jomā, kas bija ildzis turpat vai 15 gadus. Dž. Hopfīlds piedāvāja optimizējošu neironu tīklu modeli, kas modelē asociatīvo atmiņu.

H1. ASOCIĀCIJA UN HOPFĪLDA TĪKLS.

H1.1. ASOCIĀCIJA.

Asociācija (psiholoģijā).

1. Tāds sakars starp diviem vai vairākiem psihiskajiem veidojumiem (sajūtām, uztvērumiem, priekšstatiem, jūtām, vēlmēm u.tml.), kur, aktivējoties vienam veidojumam, aktivējas arī citi.
2. Apziņā izveidojies sakars starp diviem vai vairākiem objektiem (gan reālām lietām, gan šķietamībām).

Asociācija (tehniski) – parauga iegūšana no atmiņas (iespējams, neeksistējot pilnai informācijai par paraugu).

Parasti paraugu asociācijā runā par paraugu pāriem, t.i., pēc viena parauga, tiek asociēts otrs. Piemēram, pēc grāmatas autora vārda un grāmatas vāka noformējuma atcerēties grāmatas nosaukumu. Tāpēc definīciju varētu precizēt:

Asociācija – viena parauga iegūšana no atmiņas pēc otra (iespējams, nepilnīgi aprakstīta) parauga paraugu pāri.

Runājot par (paraugu) asociāciju, izmantojot neironu tīklus, jāizšķir 2 asociācijas apakšgadījumi:

Autoasociācija ir novērojama tajā gadījumā, kad atmiņā glabātie paraugi ir pa pāriem vienādi. Šādu atmiņu sauc par autoasociatīvu. No šādas atmiņas, piemēram, pēc nepilnīgi parādīta vai sabojāta attēla varētu iegūt šo pašu, bet pilnīgo, nesabojāto attēlu.

Heteroasociācijas un attiecīgi heteroasociatīvās atmiņas gadījumā glabātie paraugi ir pa pāriem atšķirīgi. Šāda atmiņa, piemēram, dod iespēju pēc cilvēka uzvārda noskaidrot viņa telefona numuru.

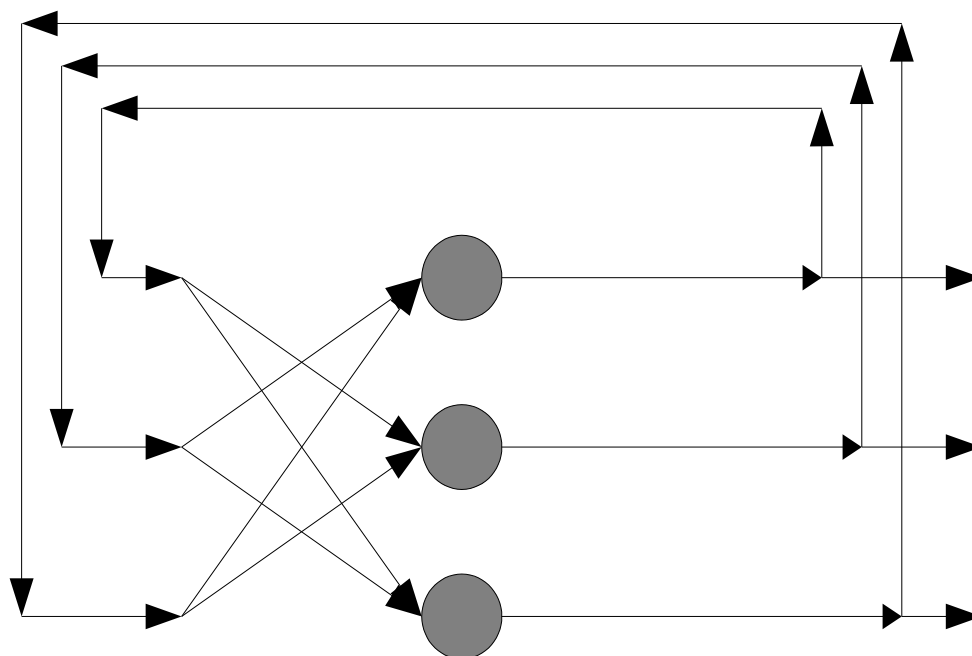
Atšķirībā no atmiņas ar **adresāciju pēc indeksa**, kāda tiek lietota arī tradicionālajos datoros, asociatīvās atmiņas gadījumā **adresācija** notiek **pēc satura** (*by content*).

Hopfilda tīkls un tā paplašinājums – divvirzienu asociatīvā atmiņa BAM (*Bidirectional Associative Memory*) nodrošina paraugu asociāciju.

Hopfilda tīkls klasiskajā variantā veic autoasociāciju.

H1.2. HOPFILDA TĪKLA GALVENĀS KONSTRUKTĪVĀS ĪPAŠĪBAS.

1. Viens neironu slānis (turklāt ieejas vērtības tiek uzstādītas šī paša slāņa izejās). Sk. attēlu H1.
2. Katrs neirons ir savienots ar visiem citiem neironiem, izņemot ar sevi (jeb ar sevi ar nulles svaru), tādējādi neironu skaits tīklā sakrīt ar svaru skaitu katrā neironā.
3. Svari ir simetriski, t.i. $\forall i, j : w_{ij} = w_{ji}$.
4. Gan svaru, gan ieejošās vērtības ir bināras, precīzāk, ietilpst kopā $\{-1, 1\}$.
5. Neironu aktivizēšana var notikt gan pēc kārtas, gan nejaušā secībā, gan sinhroni.
6. Aktivizācijas funkcija ir sliekšņveida.



Attēls H1. Hopfilda tīkla grafs ar 3 neironiem.

H1.3. HOPFILDA TĪKLA DARBĪBAS PRINCIPI.

1. Apmācība notiek vienā, salīdzinoši vienkāršā solī.

2. Konverģences process notiek darbināšanas fāzē, kura tādējādi paņem salīdzinoši daudz laika.

H2. HOPFĪLDA TĪKLA APMĀCĪBA.

Dots neironu tīkls $\{W, O\}$, kurā ir n neironi un katrā neironā n svari. (Piemērs, kad $n=3$, parādīts attēlā H1.)

Dots apmācības piemēru kopums P , kurā ir paraugi skaitā r . Katrs paraugs tiek identificēts kā P_s , kur $s=1..r$. Katra parauga garums ir n (sakrīt ar neironu skaitu neironu tīklā);

Apmācības uzdevums. Iegūt spēju atpazīt paraugus pēc to sabojātiem eksemplāriem.

Svaru vērtību uzstādīšana parādīta formulā (H1):

$$w_{ij} = \begin{cases} \sum_{s=1}^r p_{si} p_{sj}, & i \neq j \\ 0, & i = j \end{cases} \quad (H1)$$

*kur p_{si}, p_{sj} – parauga vērtības,
 w_{ij} – i -tā neirona j -tais svars,
 m – paraugu skaits.*

H3. APMĀCĪTA HOPFĪLDA TĪKLA DARBINĀŠANA.

H3.1. TĪKLA INICIALIZĀCIJA AR IEVADVĒRTĪBĀM:

$$O \leftarrow X$$

*kur $X[n]$ – paraugs,
 $O[n]$ – neironu izejas.*

H3.2. IEVADPARAUGA ATPAZĪŠANA.

Atšķirībā no daudziem citiem neironu tīklu modeļiem, Hopfilda tīkla gadījumā **atpazīšanas process notiek iteratīvi**. (Parasti iteratīvi notiek apmācības process, bet atpazīšana notiek vienā solī.) Katrā solī tiek noteiktā veidā mainītas izejas vērtības O , un tas notiek tik ilgi, kamēr kārtējā solī izejas vērtības paliek neizmainītas (t.i. iestājas konverģences kritērijs, formula H4).

Katrā iterācijas solī katram neironam notiek aprēķini (formulas H2 un H3).

Summēšanas funkcija.

$$NET_j = \sum_{i=1}^n w_{ji} o_i \quad (H2)$$

kur NET_j – j -tā neirona summēšanas vērtība,
 w_{ji} – j -tā neirona i -tais svars,
 o_i – i -tā neirona izejas vērtība.

Aktivizācijas funkcija.

$$o_j = \begin{cases} -1 & ; NET_j \leq 0 \\ +1 & ; NET_j > 0 \end{cases} \quad (H3)$$

kur NET_j – j -tā neirona summēšanas funkcija,
 o_j – j -tā neirona izeja.

Konverģences kritērijs.

$$\forall j \quad o_j(t+1) = o_j(t) \quad (H4)$$

kur o_j – j -tā neirona izejas vērtība,
 t – iterācijas soļa numurs (0..N)

H3.3. REZULTĀTS.

Ja konverģence noritējusi veiksmīgi, uz neironu tīkla izejām O tiek padots izlabotais parauga variants. Konverģence var nenotikt, ja atpazīšanai padotais paraugs ir “pārāk tālu” no tiem, kas glabājas tīklā.

H4. VIENKĀRŠA HOPFĪLDA TĪKLA PIEMĒRS.

Uzdevums. Izveidot Hopfīlda tīklu $\{W[n][n], O[n]\}$ ($n=12$), apmācīt uz paraugiem $P_1[n]$ un $P_2[n]$, un nodemonstrēt testa parauga $X[n]$ atpazīšanu. (Turpmāk piemērā, ja vērtības uzdotas ar krāsām, tad aizkrāsotie laukumiņi apzīmēs skaitli (+1), bet neaizkrāsotie (-1).

Paraugi:

$P_1[n]$											
$P_2[n]$											
$X[n]$											

Svaru matricas $W[12][12]$ aizpildīšana (formula H1, $m=2$).

P1		1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
	P2	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1
1	1	0	-2	2	-2	2	-2	2	-2	2	0	0	0
-1	-1	-2	0	-2	2	-2	2	-2	2	-2	0	0	0
1	1	2	-2	0	-2	2	-2	2	-2	2	0	0	0
-1	-1	-2	2	-2	0	-2	2	-2	2	-2	0	0	0
1	1	2	-2	2	-2	0	-2	2	-2	2	0	0	0
-1	-1	-2	2	-2	2	-2	0	-2	2	-2	0	0	0
1	1	2	-2	2	-2	2	-2	0	-2	2	0	0	0
-1	-1	-2	2	-2	2	-2	2	-2	0	-2	0	0	0
1	1	2	-2	2	-2	2	-2	2	-2	0	0	0	0
-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	2
1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	0	-2
-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	-2	0

Tīkla inicializācija ar paraugu X.

O[n]													
------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Parauga X atpazīšana (formulas H2, H3).

Piezīme. Neironu aktivizēšana notiek sinhroni.

Iterācija nr.	Lielums	Vērtības											
0	O=X	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1
1	NET	4	-4	4	-4	8	-4	8	-4	8	-4	0	0
	O	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1
2	NET	16	-16	16	-16	16	-16	16	-16	16	0	4	0
	O	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
3	NET	16	-16	16	-16	16	-16	16	-16	16	-4	4	-4
	O	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1

Atpazīšanas procesa konverģence.

Izejas vērtību karte O iterācijas Nr. 3 laikā neizmainījās, tādēļ izpildās konverģences kritērijs (formula H4) un atpazīšanas process tiek apstādināts. Redzams, ka atpazīšanas process konverģējis uz paraugu P₁.

H5. HOPFĪLDA TĪKLA NOVĒRTĒJUMS UN ĪPAŠĪBAS.

Hopfilda tīkls ir salīdzinoši prasīgs pret atmiņu. Svaru skaits palielinās kvadrātiski, palielinot ieejas signālu skaitu.

Kaut arī vienā tīklā var saglabāt vairākus paraugus, tomēr to skaits ir ierobežots un kapacitāte tiek lēsta aptuveni $p_{\max}=0.15n$, kur n ir neironu skaits tīklā. Tādējādi, piemēram, ja $n=100$ un kopējais svaru skaits tīklā ir 10^4 , šāds tīkls var atcerēties 15 paraugus. Jo vairāk paraugu ir saglabāts tīklā, jo mazāk kvalitatīva var būt to atpazīšana.

Cits zināms novērtējums Hopfilda tīkla kapacitātei ir: $s_{\max} = \frac{n}{2 \ln(n)}$, kas pie $n=100$

dod novērtējumu aptuveni 11.

Ja atpazīstamais paraugs ir “tālu” no saglabātajiem paraugiem, tīkls var konverģēt uz nepareizu, kļūdainu paraugu.

Tīkla korekta darbība (paraugu atpazīšana) ir atkarīga ne tikai no tīklā glabāto paraugu skaita, bet arī no tā, cik saistīti ir saglabātie paraugi. Ja tīkls apmācīts uz paraugiem, kas stipri korelē, atpazīšanas laikā iespējama tīkla ieciklošanās.

Hopfilda modelim ir daudz paplašinājumu, gan diskrētām, gan nepārtrauktām vērtībām. Daļa no tiem uzlabo klasiskā modeļa kapacitāti vai atpazīšanas kvalitāti. Viens no pazīstamākajiem paplašinājumiem ir Divvirzienu asociatīvās atmiņas modelis (*Bidirectional Associative Memory*, BAM), kas apskatīts tālāk.

Tīkla izmantošanas jomas: asociatīvā atmiņa, paraugu atpazīšana.

H6. TEORĒTISKĀ BĀZE.

Hopfilda modeļa pamatā ir ideja par t.s. **enerģijas līmeņa** (enerģijas funkcijas) minimizāciju.

Hopfilda tīkla enerģijas līmeni E vispārīgā gadījumā apraksta formula H5:

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i} w_{ji} o_i o_j + \sum_{i=1}^n o_i \Theta_i \quad (H5)$$

kur E – enerģijas līmenis,
 w_{ji} – j -tā neirona i -tais svars,
 o_j – j -tā neirona izejas vērtība.

Θ_i – i -tā neirona sliekšņa vērtība.

Pieņemot, ka sliekšņa vērtība Θ vienāda ar 0, iegūstam vienkāršotu enerģijas līmeņa formulu H6:

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{i \neq j} w_{ji} o_i o_j \quad (\text{H6})$$

Minimizējot enerģijas līmeni fiksētam paraugam P_s , var iegūt formulu H1, kas ir Hopfīlda tīkla apmācības formula.