1 Otrās kārtas lineāro DV ar konstantiem koeficientiem pielietojumi

13. temats

Mehānisko svārstību DV. Harmoniskas svārstības. Brīvas rimstošas svārstības. Uzspiestas nerimstošas svārstības. Amplitūdu modulācija. Rezonanse. Uzspiestas rimstošas svārstības. Svārstību procesi elektriskajās ķēdēs. Elektromehaniskā analoģija.

Aplūkosim tuvāk otrās kārtas lineāros DV ar konstantiem koeficientiem. Šie DV parasti parādās aprakstot dažādus svārstību procesus dabā, piemēram, mehāniskās svārstības, strāvas svārstības elektriskajās ķēdēs u.c. Tāpēc šāda veida DV ir svarīga loma daudzos praktiskos pielietojumus.

1.1 Mehānisko svārstību DV

Sastādīsim kustības (svārstību) vienādojumu atsvaram ar masu m, pieņemot, ka tas ir iekārts atsperē ar garumu l un uz to darbojas kaut kāds arējs spēks F_a, vērsts vertikālā virzienā (uz augšu vai uz leju).

Aplūkosim mazas atsvara svārstības. Atsvara kustības vienādojumu sastādīsim saskaņā ar 2. Ņūtona likumu, t.i. ievērojot, ka atsvara masas un kustības paātrinājuma reizinājums katrā laika momentā t ir vienāds ar spēku summu, kas darbojas uz šo ķermeni:

$$m\overrightarrow{a} = \sum_i \overrightarrow{F}_i. \tag{1}$$

Tā kā mūsu gadījumā atsvara kustība notiek pa vertikālu taisni, tad vektoriālās vienādības (1) vietā iegūsim vienu skalāru vienādojumu. Šo vienādojumu sastādīsim attiecībā pret nezināmo funkciju $y(t)$, $t \geq 0$ – atsvara novirzēm no miera stāvokļa punkta, pieņemot, ka $y(t) > 0$, ja novirze ir uz leju, un $y(t) < 0$, ja – uz augšu (t.i. vēršot y asi uz leju un pieņemot , ka $y = 0$ atbilst atsvara miera stāvokļa punktam).

Sastādot svārstību vienādojumu ir pareizi jāņem vērā dažādo spēku, kas darbojas uz atsvaru, zīmes. Pieņemsim, ka visi spēki, kas darbojas virzienā uz leju ir ar plus zīmi, bet uz augšu – ar mīnus zīmi. Aplūkojamā svārstību procesā uz doto atsvaru darbojas četri spēki:

1.Atsvara *smaguma spēks*

$$P = mg,$$

g – gravitācijas paātrinājums. Šis spēks vienmēr ir vērsts uz leju tā iespaidā atsperes garums l miera stāvoklī palielināsies par Δl.

2.Atsperes *elastības spēks*

$$F_e = -k_e(\Delta l + y), \quad k_e = const > 0, \tag{2}$$

kas vienmēr darbojas tā, lai atgrieztu atsperi izejas stāvoklī un kas, saskaņā ar Huka likumu (Roberts Huks 1635-1703 pirmo reizi publicēja šo likumu 1676.g), ir tieši proporcionāls atsperes garuma l izmaiņām. Ja $\Delta l + y > 0$ atspere ir izstiepta un F_e ir vērsts uz augšu, t.i. negatīvā y ass virzienā. Ja $\Delta l + y < 0$ atspere ir saspiesta un F_e ir vērsts uz leju, t.i. pozitīvā

y ass virzienā. Šeit konstante k_e ir atkarīga no atsperes materiāla un tiek saukta par *atsperes elastības koeficientu*.

Miera stāvoklī

$$|F_e| = |-k_e \Delta l| = k_e \Delta l = P. \tag{3}$$

No šejienes, zinot atsvara svaru P un izmērot atsperes miera stāvokļa pagarinājumu Δl, var izrēķināt koeficientu

$$k_e = \frac{P}{\Delta l}.$$

3.Vides *pretestības spēks*

$$F_p = -k_p \frac{dy}{dt}, \quad k_e = const > 0, \tag{4}$$

kurš, kā no eksperimentiem ir zināms, ir proporcionāls kustības ātrumam un ir vērsts pretēji tās virzienam. Tas ir negatīvs, ja atsvars kustas uz leju, tad y aug un tātad $\frac{dy}{dt} > 0$, – pozitīvs, ja atsvars kustas uz augšu, tad y dilst un tātad $\frac{dy}{dt} < 0$.

4.Ārējais spēks – *perturbācijas spēks jeb uzspiedējspēks* $F_a = F(t)$, kurš iedarbojas uz atsvaru y ass pozitīvā vai negatīvā virzienā, atkarībā no funkcijas $F(t)$ zīmes.

Līdz ar to, saskaņā ar Ņūtona likumu (1), formulām (3), (4) un (2), aplūkojamo svārstību procesu apraksta vienādojums

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = P + F_e + F_p + F_a = P - k_e(\Delta l + y) - k_p\frac{dy}{dt} + F_{a.} = -k_e y - k_p\frac{dy}{dt} + F_{a.},$$

t.i. pēc pārveidošanas normālformā, otrās kārtas lineārs nehomogēns DV ar konstantiem nenegatīviem koeficientiem

$$y'' + \frac{k_p}{m}y' + \frac{k_e}{m}y = \frac{F(t)}{m}. \tag{5}$$

Piezīme 1. Otrais Ņūtona likums un rezultējošā spēka $\overrightarrow{F}$ reprezentācija kā 4 spēku summa būtībā ir šī svārstību procesa *fizikālais modelis*, kurā pārējos spēkus neievēro; ātrumi ir mazi, salīdzinot ar gaismas ātrumu, kā rezultātā $m = const$, u.c.

Piezīme 2. Spēku P, F_e, F_p un F_a izteikšana ar $y(t)$ palīdzību un ievietošana vienādībā (1) veido procesa *matemātisko modeli* – DV (5).

Iegūstot DV (5), tika pieļautas vairākas neprecizitātes:

1) Istenībā elastības spēka F_e atkarība no atsperes garuma izmaiņām $\Delta l + y$ var nebūt lineāra.

2) Pretestības spēka atkarība no kustības ātruma var būt sarežģītāka nekā formulā (4).

3) Netika ņemta vērā atsperes masa.

Tomēr kā parāda eksperimenti iegūtais DV (5) pietiekami precīzi apraksta aplūkojamo svārstību procesu.

Arējais spēks F_a, kas var darboties uz atsvaru, praktiski svarīgākajos gadījumos parasti ir periodisks. Konkrētības dēļ tālāk visur pieņemsim, ka tas ir formā

$$F_a = F_0 \cos pt, \tag{6}$$

kur F_0, p –pozitīvas konstantes, F_0 – ārējā spēka svārstību *amplitūda*, p – svārstību *cirkulārā* jeb *leņķiskā frekvence* (svārstību skaits 2π laika vienībās).

Tālāk, integrējot DV (5) un analizējot tā atrisinājumus, ir ērti lietot apzīmējumus

$$\frac{k_p}{m} = 2\mu, \quad \frac{k_e}{m} = \omega^2, \quad \frac{F_0}{m} = h, \tag{7}$$

pārrakstot to izskatā

$$y" + 2\mu y' + \omega^2 y = h\cos pt. \tag{8}$$

Kā zināms DV (8) vispārīgais atrisinājums satur divas patvaļīgas konstantes, tāpēc, lai varētu pētīt konkrētu svārstību procesu, ir jābūt zināmiem atsvara sākuma stāvoklim $y_0 = y(t_0)$ un sākuma ātrumam $v_0 = y'(t_0)$ kaut kādā laika momentā t_0.

Aplūkosim atsevišķi četrus iespējamos gadījumus.

1.2 Harmoniskas svārstības

1.gadījums Ārējā spēka nav un vides pretestība ir niecīga.

Šajā gadījumā $h = \mu = 0$ un DV (8) pārveidojas par

$$y" + \omega^2 y = 0. \tag{9}$$

Tas ir lineārs homogēns DV ar konstantiem koeficientiem, kura raksturīgam vienādojumam

$$s^2 + \omega^2 = 0. \tag{10}$$

ir divas tīri imagināras saknes $s_{1,2} = \pm i\omega$ un kura vispārīgais atrisinājums tāpēc ir

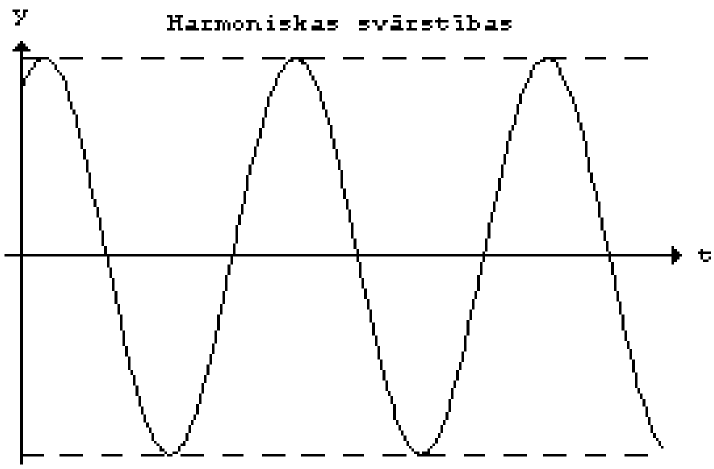
$$y = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t,$$

C_1, C_2 – patvaļīgas konstantes.

Konstanšu C_1, C_2vietā ievedot ar vienādībām $C_1 = a\sin\varphi$,$C_2 = a\cos\varphi$ divas citas – a, φ, DV (9) vispārīgo atris*i*nājumu (10) var pierakstīt formā

$$y = a\sin(\omega t + \varphi). \tag{11}$$

Šajā pierakstā ir redzams, ka atbilstošais svārstību process ir periodisks ar periodu $T = \frac{2\pi}{\omega}$.



Svārstību amplitūda a (atsvara lielākā novirze no miera stāvokļa punkta) un svārstību periodam T apgrieztais lielums – svārstību frekvence

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_e}{m}} \tag{12}$$

šeit ir konstanti lielumi (laikā nemainās). Šādas svārstības sauc par *harmoniskām* vai *brīvām nerimstošām* svārstībām. Svārstību frekvence ν, atšķirībā no svārstību amplitūdas a un fāzu nobīdes φ, nav atkarīga no sākuma nosacījumiem. Tā ir raksturīga pašai sistēmai (to nosaka, kā redzams no formulas (12), atsperes cietība un atsvara masa).

Zinot atsvara sākuma stāvokli y_0 un sākuma ātrumu $v_0 = y'_0$ kaut kādā laika momentā t_0, viegli var aprēķināt atbilstošo svārstību amplitūdu a un fāzu nobīdi φ. Tiešām, no (11) seko, ka

$$y(t_0) = a\sin(\omega t_0 + \varphi) = y_0,$$
$$y'(t_0) = a\omega\cos(\omega t_0 + \varphi) = v_0. \tag{13}$$

Dalot otro no vienādībām (13) ar ω, pēc tam abas vienādības ceļot kvadrātā un saskaitot, atrodam

$$a = \sqrt{y_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}. \tag{14}$$

Savukārt dalot pirmo vienādību ar otro, atrodam $tg(\omega t_0 + \varphi) = \frac{\omega y_0}{v_0}$ un

$$\varphi = -\omega t_0 + arctg\frac{\omega y_0}{v_0}. \tag{15}$$

Tādējādi

$$y = \sqrt{y_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}\sin[\omega(t - t_0) + arctg\frac{\omega y_0}{v_0}].$$

1.3 Brīvas rimstošas svārstības

2.gadījums Ārējā spēka nav. Vides pretestība ir būtiska, $\mu > 0$.

Šajā gadījumā DV (8) ir izskatā

$$y" + 2\mu y' + \omega^2 y = 0. \tag{16}$$

Tas ir lineārs homogēns DV ar konstantiem koeficientiem. Atbilstošā raksturīgā vienādojuma

$$s^2 + 2\mu s + \omega^2 = 0 \tag{17}$$

saknes ir $s_{1,2} = -\mu \pm \sqrt{\mu^2 - \omega^2}$.Šeit iespējami sekojoši trīs apakšgadījumi:

1.$\mu > \omega$.

Tad raksturīgā vienādojuma (16) abas saknes ir reālas un negatīvas. DV (16) vispārigais atrisinājums ir

$$y = C_1 e^{(-\mu + \sqrt{\mu^2 - \omega^2})t} + C_1 e^{(-\mu - \sqrt{\mu^2 - \omega^2})t}. \tag{18}$$

Atsvara kustība notiek pēc dilstoša eksponenciāla likuma: $y \to 0$, kad $t \to +\infty$. Vides pretestība ir tik liela, ka pie jebkuriem sākuma nosacījumiem kustība tiek strauji nobremzēta un nekādu svārstību nav.

2.$\mu = \omega$.

Tad raksturīgam vienādojumam(17) ir negatīva divkārša sakne $s = -\mu$ un DV (16) vispārīgais atrisinājums ir formā

$$y = (C_1 + C_2 t)e^{-\mu t}. \tag{19}$$

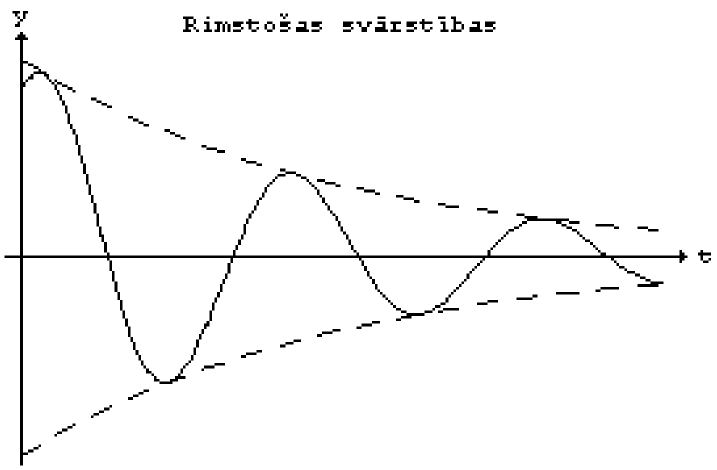
Tā kā jebkuram $\mu > 0$ reizinājums $te^{-\mu t} \to 0$, kad $t \to +\infty$, tad atsvara kustība pie jebkuriem sākuma nosacījumiem tiek atkal strauji nobremzēta un nekādu svārstību nav, kaut arī, ja sākuma nosacījumi ir tādi, ka $\frac{C_1}{C_2} < 0$, atsvars vienu reizi iziet caur miera stāvokļa punktu.

3.$\mu < \omega$.

Tad raksturīgā vienādojuma saknes ir kompleksas $s_{1,2} = -\mu \pm i\sqrt{\omega^2 - \mu^2}$, un DV (16) vispārīgais atrisinājums ir

$$y = e^{-\mu t}(C_1 \cos \overline{\omega} t + C_2 \sin \overline{\omega} t) = ae^{-\mu t}\sin(\overline{\omega} t + \varphi), \quad \overline{\omega} = \sqrt{\omega^2 - \mu^2}. \tag{20}$$

Analoģiski kā gadījumā, kad $\mu = 0$, arī šeit pie jebkuriem sākuma nosacījumiem atsvars svārstās. Tikai svārstības vairs nav harmoniskas, bet ir dziestošas – *brīvas rimstošas*, jo svārstību amplitūda $ae^{-\mu t} \to 0$, kad $t \to +\infty$.



Kustība nav arī periodiska, jo reizinātājs $e^{-\mu t}$ formulā (20) nav periodiska funkcija. Lielumu $T = \frac{2\pi}{\overline{\omega}}$ sauc par *pseidoperiodu*. Tas ir periods tikai sīnusam.

1.4 Uzspiestas nerimstošas svārstības.

3.gadījums Uz atsvaru darbojas periodisks arējais spēks (6). Vides pretestība ir niecīga $\mu \sim 0$.

Šajā gadījumā DV (8) pārveidojas par

$$y" + \omega^2 y = h \cos pt. \tag{21}$$

Tas ir lineārs nehomogēns DV. Tā vispārīgais atrisinājums ir vienāds ar jebkura tā partikulārā atrisinājuma $y_p$un atbilstošā homogēnā DV (9)vispārīgā atrisinājuma (11) summu

$$y = a\sin(\omega t + \varphi) + y_p. \tag{22}$$

Ņemot vērā dotā DV labās puses specifisko formu, partikulāro atrisinājmu $y_p$meklējam saskaņā ar teorēmu 11.2. Iespējami divi gadījumi:

a) $p \neq \omega$– uzspiesto svārstību frekvence nesakrīt ar pašsvārstību frekvenci.

Tad $ip \neq i\omega$ un skaitlis ip nav DV (9) raksturīgā vienādojuma sakne. Līdz ar to DV (21) saskaņā ar teorēmu 11.2 eksistē partikulārais atrisinājums formā

$$y_p = A\cos pt + B\sin pt, \tag{23}$$

kur konstantes A un B var noteikt ar nenoteikto koeficientu metodi.

Ievietojot izteiksmi (23) DV (14), iegūstam

$$(\omega^2 - p^2)(A\cos pt + B\sin pt) = h\cos pt,$$

no kurienes atrodam, ka

$$A = \frac{h}{\omega^2 - p^2}, \quad B = 0.$$

Tādējādi DV (21) vispārīgais atrisinājums ir

$$y = a\sin(\omega t + \varphi) + \frac{h}{\omega^2 - p^2}\cos pt. \tag{24}$$

Kā redzams no (24), atsvara kustība šajā gadījumā ir divu svārstību summa (superpozīcija). Pirmais saskaitāmais atbilst atsvara pašsvārstībām (harmoniskām svārstībām), bet otrais – uzspiestām, ārējā spēka radītām svārstībām. Arī tās ir harmoniskas svārstības, tikai ar periodu $T = \frac{2\pi}{p}$. Ja p maz atšķiras no ω, tad uzspiesto svārstību amplitūda ir ļoti liela.

Ja ir doti sākuma nosacījumi – atsvara sākuma stāvoklis y_0 un sākuma ātrums v_0 kaut kādā laika momentā t_0, tad analoģiski kā harmonisko svārstību gadījumā, atrodam pētamajam svārstību procesam atbilstošās konstanšu a un φ vērtības formulā (24):

$$a = \sqrt{(y_0 - \frac{h}{\omega^2 - p^2})^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}, \quad \varphi = -\omega t_0 + arctg\frac{\omega(y_0 - \frac{h}{\omega^2 - p^2})}{v_0}. \tag{25}$$

Acīmredzot, formulas (14) un (15) seko no (25), ja $h = 0$, t.i., ja ārējā spēka nav.

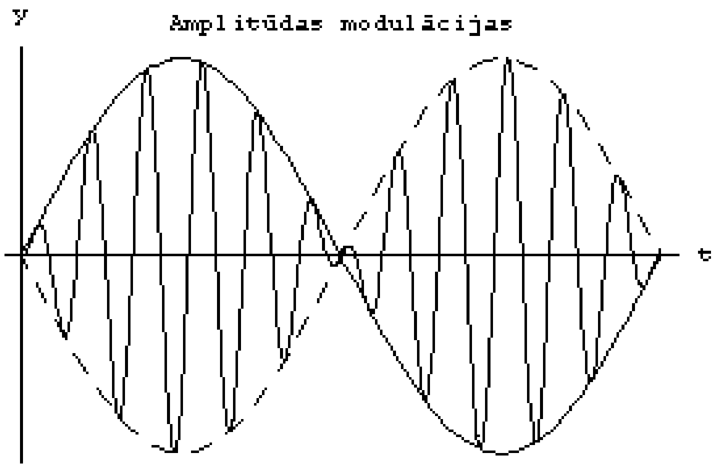
Interesantas svārstības rodas, ja $y_0 = v_0 = 0$.

Tad, ņemot $t_0 = 0$, no (25) iegūstam $a = \frac{h}{\omega^2 - p^2}$, $\varphi = -\frac{\pi}{2}$, kad $\omega > p$, un $a = -\frac{h}{\omega^2 - p^2}$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$, kad $\omega < p$. Abos gadījumos atbilstošais DV (21) atrisinājums (24) ir pierakstāms formā

$$y = \frac{h}{\omega^2 - p^2}(\cos pt - \cos\omega t) = \left[\frac{2h}{\omega^2 - p^2}\sin\frac{\omega - p}{2}t\right]\sin\frac{\omega + p}{2}t. \tag{26}$$

Šeit izteiksmi kvadrātiekavās var uzskatīt par svārstību $\sin\frac{\omega+p}{2}t$ amplitūdu, kas arī svārstās. Ja starpība $|\omega - p|$ir maza, tad $\sin\frac{\omega+p}{2}t$ svārstās daudz atrāk par $\sin\frac{\omega-p}{2}t$. Šāda svārstību amplitūdas periodiska maiņa parādās, piemēram, akustikā, kad divi kamertoņi ar tuvu frekvenci tiek atskaņoti vienlaicīgi (pašsvārstības un uzspiestās svārstības). Amplitūdas periodiskā maiņa ir dzirdama pat ar "neapbruņotu" ausi.

Elektronikā amplitūdas variācijas laikā tiek sauktas par *amplitūdas modulācijām*.



b) $p = \omega$ – uzspiesto svārstību frekvence sakrīt ar pašsvārstību frekvenci.

Tad skaitlis ip ir DV (9) raksturīgā vienādojuma vienkārša sakne: $ip = i\omega$ un DV (21) partikulārais atrisinājums ir jāmeklē formā

$$y_p = t(A\cos\omega t + B\sin\omega t), \tag{27}$$

kur$A$ un B pagaidām nezināmas konstantes. Ievietojot izteiksmi (27) DV (21), iegūstam

$$y_p" + \omega^2 y_p = 2\omega(-A\sin\omega t + B\cos\omega t) = \omega\cos\omega t,$$

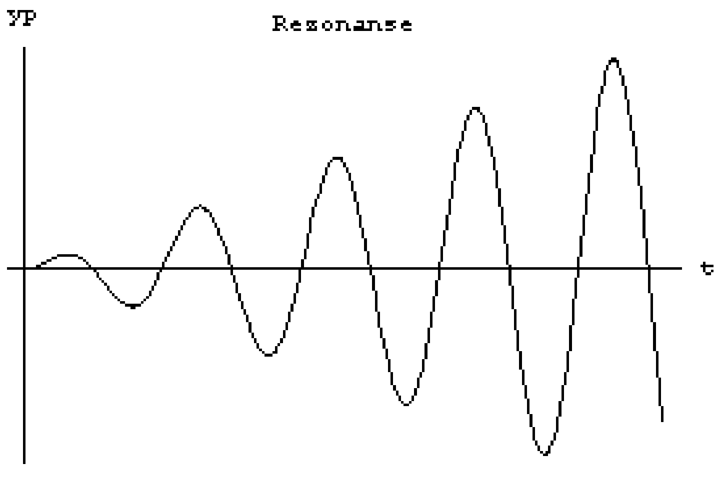
no kurienes seko, ka

$$A = 0, \quad B = \frac{h}{2\omega}.$$

Tādējādi DV (21) vispārīgais atrisinājums ir

$$y = a\sin(\omega t + \varphi) + \frac{ht}{2\omega}\sin\omega t. \tag{28}$$

Atsvara kustība atkal ir pašsvārstību un uzspiesto svārstību superpozīcija. Uzspiesto svārstību amplitūda aug proporcionāli laikam t. Šādu situāciju sauc par *rezonansi*. Atspere var tikt salauzta.



1.5 Uzspiestas rimstošas svārstības

4.gadījums Uz atsvaru darbojas periodisks ārējais spēks (6). Vides pretestība ir būtiska, $\mu > 0$.
Šajā gadījumā svārstību procesu apraksta nehomogēnais DV (8):

$$y" + 2\mu y' + \omega^2 y = h\cos pt.$$

Tā vispārīgais atrisinājums ir vienāds ar jebkura tā partikulārā atrisinājuma $y_p$un atbilstošā homogēnā DV (16) vispārīgā atrisinājuma summu. Atbilstošā homogēnā DV (16) atrisinājumi tika izanalizēti paragrāfā 1.3. Visos iespējamos gadījumos tie dzisa, t.i. kustība vides pretestības dēļ tika nobremzēta.

Aplukosim kā izturas DV (8) partikulārais atrisinājums y_p. Tā kā skaitlis ip nav raksturīgā vienādojuma (17) sakne, tad saskaņā ar teorēmu 11.2, atrisinājumu $y_p$meklējam formā

$$y_p = A\cos pt + B\sin pt \tag{29}$$

ar neoteiktiem koeficientiem A un B. Ievietojot izteiksmi DV (7), atrodam

$$y_p" + 2\mu y_p' + \omega^2 y_p =$$

$$= (\omega^2 - p^2)(A\cos pt + B\sin pt) + 2\mu p(-A\sin pt + B\cos pt) = h\cos pt,$$

no kurienes A un B noteikšanai iegūstam lineāru algebrisku vienādojumu sistēmu

$$\begin{cases} (\omega^2 - p^2)A + 2\mu pB = h \\ -2\mu pA + (\omega^2 - p^2)B = 0. \end{cases} \tag{30}$$

Tā kā $\mu > 0$, tad sistēmas (30) determinants $\Delta = (\omega^2 - p^2)^2 + 4\mu^2 p^2 \neq 0$ un saskaņā ar Krāmera formulām

$$A = \frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} h & 2\mu p \\ 0 & \omega^2 - p^2 \end{vmatrix} = \frac{h(\omega^2 - p^2)}{\Delta}, \quad B = \frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} \omega^2 - p^2 & h \\ -2\mu p & 0 \end{vmatrix} = \frac{2\mu ph}{\Delta}. \tag{31}$$

Līdz ar to DV (8) partikulārais atrisinājums ir

$$y_p = \frac{h(\omega^2 - p^2)}{\Delta}\cos pt + \frac{2\mu ph}{\Delta}\sin pt = \frac{h}{\sqrt{\Delta}}\sin(pt + \delta),$$

ja apzīmē

$$\frac{\omega^2 - p^2}{\sqrt{\Delta}} = \sin\delta, \quad \frac{2\mu p}{\sqrt{\Delta}} = \cos\delta, \quad \delta = arctg\frac{\omega^2 - p^2}{2\mu p},$$

ko drīkst, jo

$$\sin^2\delta + \cos^2\delta = \frac{(\omega^2 - p^2)^2 + 4\mu^2 p^2}{\Delta} = 1.$$

Tādējādi DV(8) vispārīgais atrisinājums šajā gadījumā ir

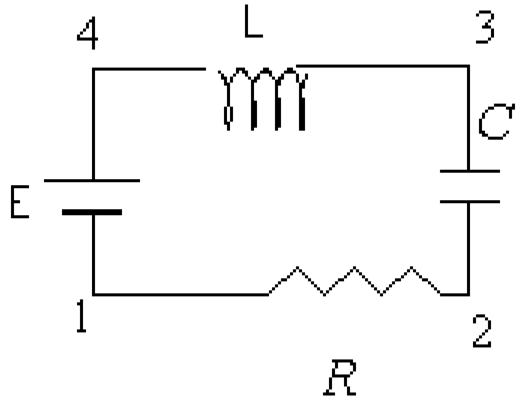
$$y = Y + \frac{h}{\sqrt{\Delta}}\sin(pt + \delta),$$

kur Y ir DV (8) atbilstošā homogēnā DV vispārīgais atrisinājums. Atsvara kustība pie jebkuriem sākuma nosacījumiem ir divu svārstību – pašsvārstību un uzspiesto svārstību superpozīcija. Pašsvārstības ar laiku izzūd, un paliek tikai uzspiestās svārstības, kuras rada ārējais spēks.

1.6 Svārstību procesi elektriskajās ķēdēs

DV (5) apraksta ne tikai mehāniskās svārstības, bet arī citus svārstību procesus dabā, piemēram, elektriskajās ķēdēs.

Aplūkosim elektrisko ķēdi, kas sastāv no pretestības R, kapacitātes C, induktivitātes L un kurai ir pieslēgts elektrodzinējspēks, kas laikā mainās pēc zināma likuma $E = E(t)$.



Pētīsim, kā mainās strāvas stiprums $I = I(t)$ ķēdē atkarībā no laika t. Apzīmēsim ar U_{12},U_{23} un U_{34} sprieguma kritumus atbilstošajos ķēdes posmos uz R, C un L. Saskaņā ar otro Kirhhofa likumu

$$U_{12} + U_{23} + U_{34} = E(t). \tag{32}$$

No elementārajiem elektrības likumiem seko, ka

$$U_{12} = I(t)R, \quad U_{23} = \frac{1}{C}\int_0^t I(t)dt, \quad U_{34} = L\frac{dI(t)}{dt}.$$

Ievietojot šīs vērtības vienādībā (32), atrodam

$$I(t)R + \frac{1}{C}\int_0^t I(t)dt + L\frac{dI(t)}{dt} = E(t). \tag{33}$$

Atvasinot identitātes (33) abas puses pēc t un dalot ar L, iegūstam otrās kārtas lineāru DV ar konstantiem koeficientiem

$$I'' + \frac{R}{L}I' + \frac{1}{LC}I = E'(t), \tag{34}$$

t.i. tāda paša veida DV kā mehānisko svārstību DV (5). DV (34) un (5) sakrīt, ja

$$\frac{R}{L} = \frac{k_p}{m}, \quad \frac{1}{LC} = \frac{k_e}{m}, \quad E'(t) = \frac{F(t)}{m}.$$

No šejienes seko, ka katrai svārstošai mehāniskai sistēmai var atrast atbilstošo elektrisko kontūru un pētīt to dotās sistēmas vietā. Šo īpašību sauc par *elektromehānisko analoģiju*.