

2021. gada pavasara sesijas KMFT biļešu jautājumi

1. Komplekso skaitļu lauks, kompleksā skaitļa algebriskā, trigonometriskā un eksponentforma, ģeometriskā interpretācija.
2. n -tās kārtas saknes vilkšana no kompleksā skaitļa, ģeometriskā interpretācija.
3. Bezgalīgi tālā punkta jēdziens, paplašinātā kompleksā plakne $\bar{\mathbb{C}}$, stereogrāfiskā projekcija.
4. Kompleksi mainīgās funkcijas atvasinājums. Atvasinājuma eksistences nepieciešamie un pietiekamie nosacījumi (Eilera-Dalambēra-Koši-Rīmana nosacījumi)

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}.$$

5. Funkcijas atvasinājuma argumenta ģeometriskā interpretācija (pagrieziena leņķis).
6. Funkcijas atvasinājuma moduļa ģeometriskā interpretācija (deformācijas koeficients).
7. Integrālis kompleksā plaknē. Integrāļa novērtējums

$$\left| \int_{\gamma} f(z) dz \right| \leq \max_{z \in \gamma} |f(z)| l(\gamma).$$

8. Koši teorēma vienkārtsakarīgam un vairākkārtsakarīgam apgabalam (pierādījums gadījumam, kad funkcijām u un v eksistē nepārtraukti parciālie atvasinājumi).
9. Integrālis ar mainīgo augšējo robežu, Ņūtona-Leibnisa formula.
10. Koši integrālā formula

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\gamma} \frac{f(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta.$$

11. Teorēma par vidējo vērtību
12. Pakāpju rindas. Ābela teorēma. Pakāpju rindas konverģences riņķis, konverģences radiusa aprēķināšanas formulas izlietojot rindas koeficientus.
13. Pakāpju rindu atvasināšana.
14. Analītiskas funkcijas bezgalīgā diferencējamība.
15. Harmoniskas funkcijas, saistītās harmoniskās funkcijas atrašana, Laplasa vienādojums.
16. Morera teorēma – pietiekamais nosacījums, lai nepārtraukta kompleksā mainīgā funkcija f būtu analītiska.
17. Teorēma par analītiskas funkcijas attīstīšanu Teilora un Maklorena rindā (bez pierādījuma).
18. Analītiskas funkcijas nulles.
19. Analītiskas funkcijas unitātes teorēma.
20. Lorāna rinda punkta $z_0 \neq \infty$ un $z_0 = \infty$ apkārtņē, Lorāna rindas galvenā un regulārā daļa, konverģences gredzens.
21. Teorēma par analītiskas funkcijas attīstīšanu Lorāna rindā (bez pierādījuma).
22. Lorāna rindas unitāte.
23. Koši nevienādības Lorāna rindas koeficientiem.
24. Singulārie punkti. Vienvērtīga rakstura singulāro punktu klasifikācija.
25. Nepieciešamais un pietiekamais nosacījums, lai $z_0 \neq \infty$ ($z_0 = \infty$) būtu novēršams singulārais punkts.
26. Nepieciešamais un pietiekamais nosacījums, lai $z_0 \neq \infty$ ($z_0 = \infty$) būtu pols.
27. Nepieciešamais un pietiekamais nosacījums, lai $z_0 \neq \infty$ ($z_0 = \infty$) būtu būtiski singulārs punkts.
28. Rezidija definīcija, ja $z_0 \neq \infty$ un ja $z_0 = \infty$. Koši rezidija teorēma.
29. Rezidija aprēķināšana novēršamam singulāram punktam, ja $z_0 \neq \infty$ un ja $z_0 = \infty$.
30. Rezidija aprēķināšana 1-ās kārtas polam, ja $z_0 \neq \infty$ un ja $z_0 = \infty$.

31. Rezidija aprēķināšana n -tās kārtas polam, ja $z_0 \neq \infty$ un ja $z_0 = \infty$.
32. Rezidija aprēķināšana būtiski singulāram punktam, ja $z_0 \neq \infty$ un ja $z_0 = \infty$.
33. Teorēma par rezidiju summu paplašinātā kompleksā plaknē \bar{C} .
Integrāļi $I = \int_0^{2\pi} R(\cos \varphi, \sin \varphi) d\varphi$ (tikai piemēros).
Integrāļi no racionālām funkcijām (tikai piemēros).
Integrāļi $I = \int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx$ (tikai piemēros).
34. Logaritmiskais rezidijs. Logaritmiskā rezidija teorēma.
35. Argumenta princips.
36. Rušē teorēma (bez pierādījuma)..
37. Rušē teorēmas lietojumi. Algebras pamatteorēma.

References

- [1] A.Reinfelds. *Kompleksā mainīgā funkciju teorija*. <http://home.lu.lv/~reinf>
- [2] T. Čirulis, D. Čirule. *Kompleksā mainīgā funkciju teorija. I,II*, Rīga, LU, 2003.

Piemēru paraugi no T. Čiruļa mācību līdzekļa

1. 1.5 nodaļa - 3., 5. piemērs; 1.6 nodaļa - 6., 7., 9., 10. piemērs
2. 3.2 nodaļa - 2. piemērs
3. 4.2 nodaļa - 1. piemērs, 4.4 nodaļa - 2., 3. piemērs
4. 5.3 nodaļa - 1. piemērs, 5.5 nodaļa - piemērs 122-123. lapp.
5. Formulas (6.53) - (6.57); 6.3 nodaļa - 4., 6. piemērs; 6.4 nodaļa - 13., 14., 15. piemērs
6. 9.1 nodaļa - 1., 2., 3., 6., 8., 9. piemērs
7. 10. nodaļa - 1., 3., 4., 5., 6. piemērs
8. 12.2 nodaļa - 2. piemērs