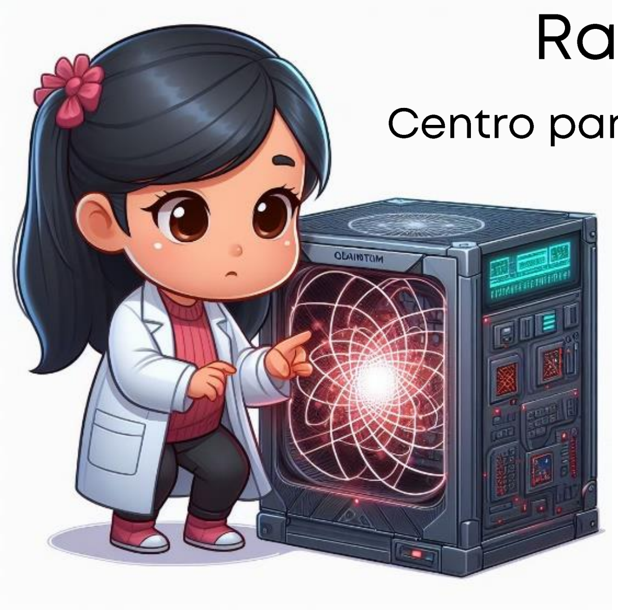
Introdução aos Passeios Quânticos



Raqueline A. M. Santos

Centro para Ciência da Computação Quântica

Universidade da Letônia

home.lu.lv/~rsantos

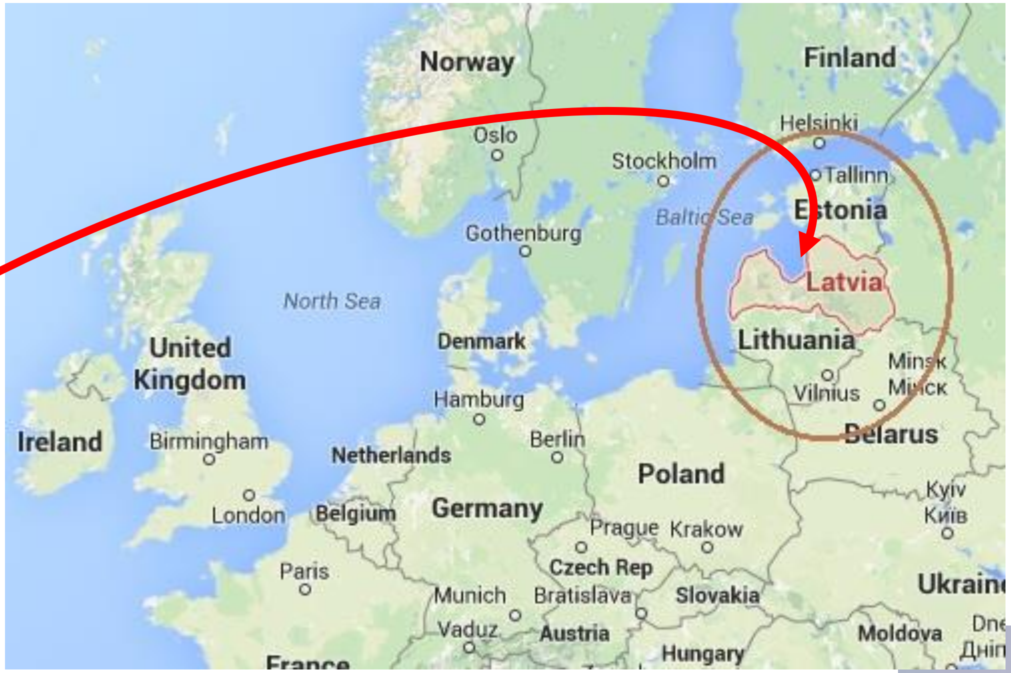
raqueline@gmail.com

Latvian Quantum Initiative

Funded by the European Union NextGenerationEU

2027 National Development Plan

Um pouco da minha trajetória...

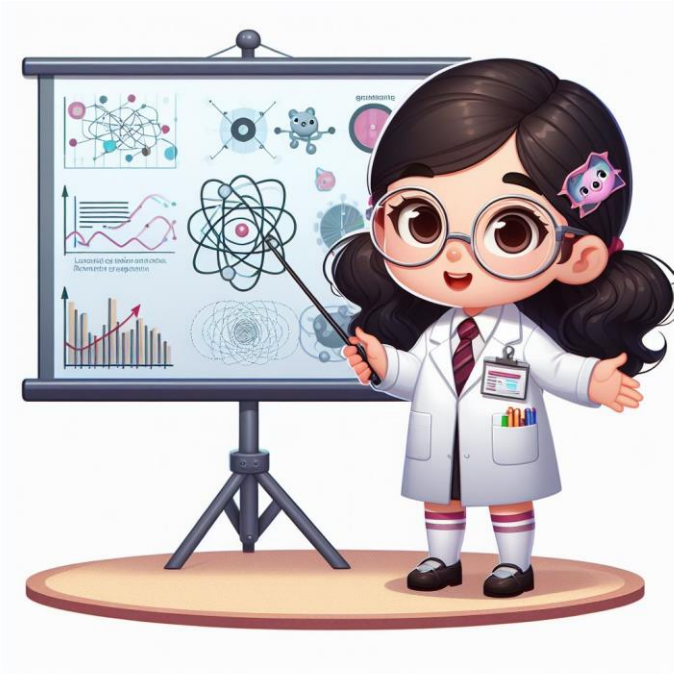


LNCC
Laboratório Nacional de Computação Científica

UNIVERSITAS LATVIENSIS 19 19 SCIENTIAE ET PATRIAE
LATVIJAS UNIVERSITĀTE

Agenda

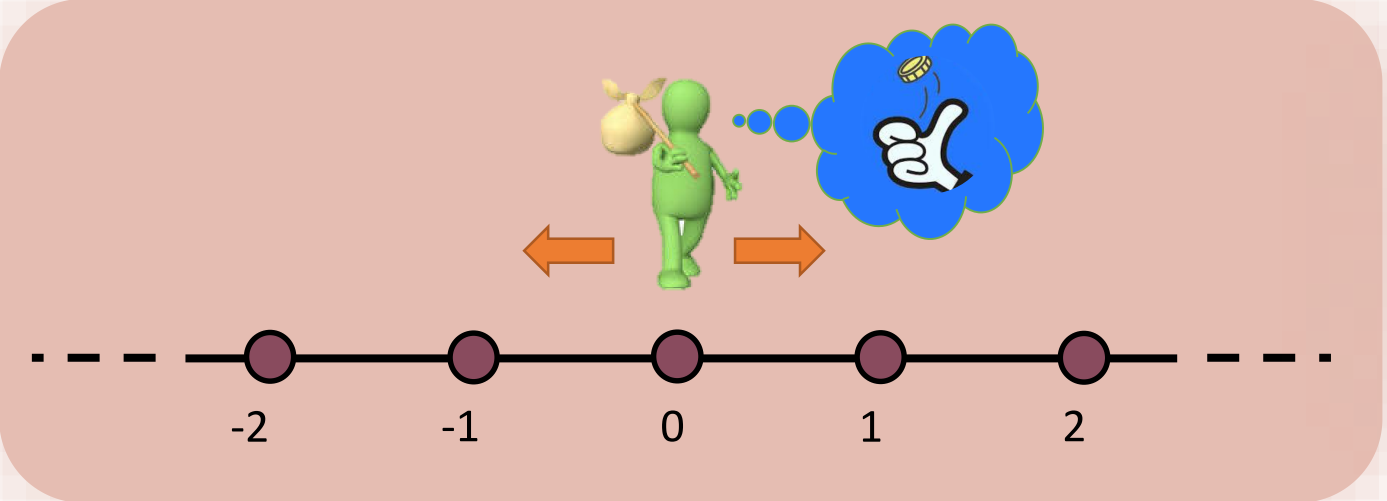
- Introdução: Passeios aleatórios clássicos
- Passeios quânticos de tempo discreto
  - Passeio com moeda
  - Passeio escalonado
- Aplicações



Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union
NextGenerationEU
2027 National Development Plan

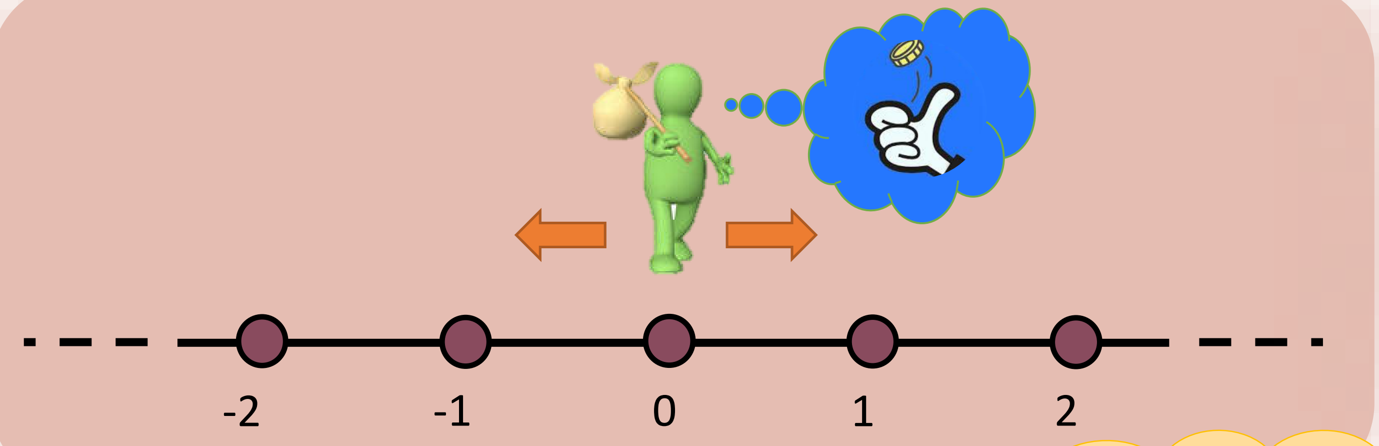
Passeio aleatório (random walk) na reta

- Considere um caminhante numa reta.
- Sua direção é determinada pelo lançamento de uma moeda.



Passeio aleatório (random walk) na reta

- Considere um caminhante numa reta.
- Sua direção é determinada pelo lançamento de uma moeda.



Cara $x \to x - 1$

Coroa $x \to x + 1$

Probabilidade:

p $\quad$ $1 - p$

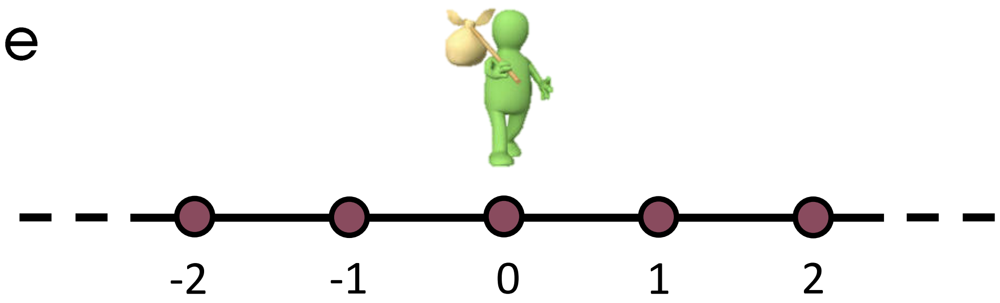
Moeda justa:

$$p = \frac{1}{2}$$

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union
NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Distribuição de Probabilidade

- Depois de t passos onde podemos encontrar o caminhante?

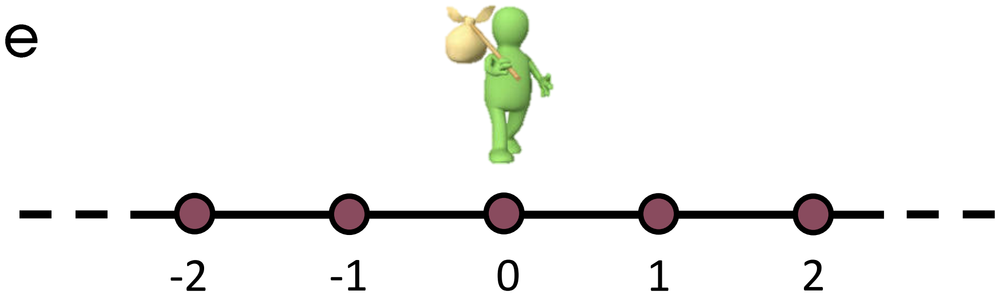


$t \setminus n$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
0						1					
1					$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$				
2				$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{4}$			
3			$\frac{1}{8}$		$\frac{3}{8}$		$\frac{3}{8}$		$\frac{1}{8}$		
4		$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{3}{8}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{16}$	
5	$\frac{1}{32}$		$\frac{5}{32}$		$\frac{5}{16}$		$\frac{5}{16}$		$\frac{5}{32}$		$\frac{1}{32}$

*R.Portugal. Quantum Walks and search algorithms. Springer, 2018.

Distribuição de Probabilidade

- Depois de t passos onde podemos encontrar o caminhante?



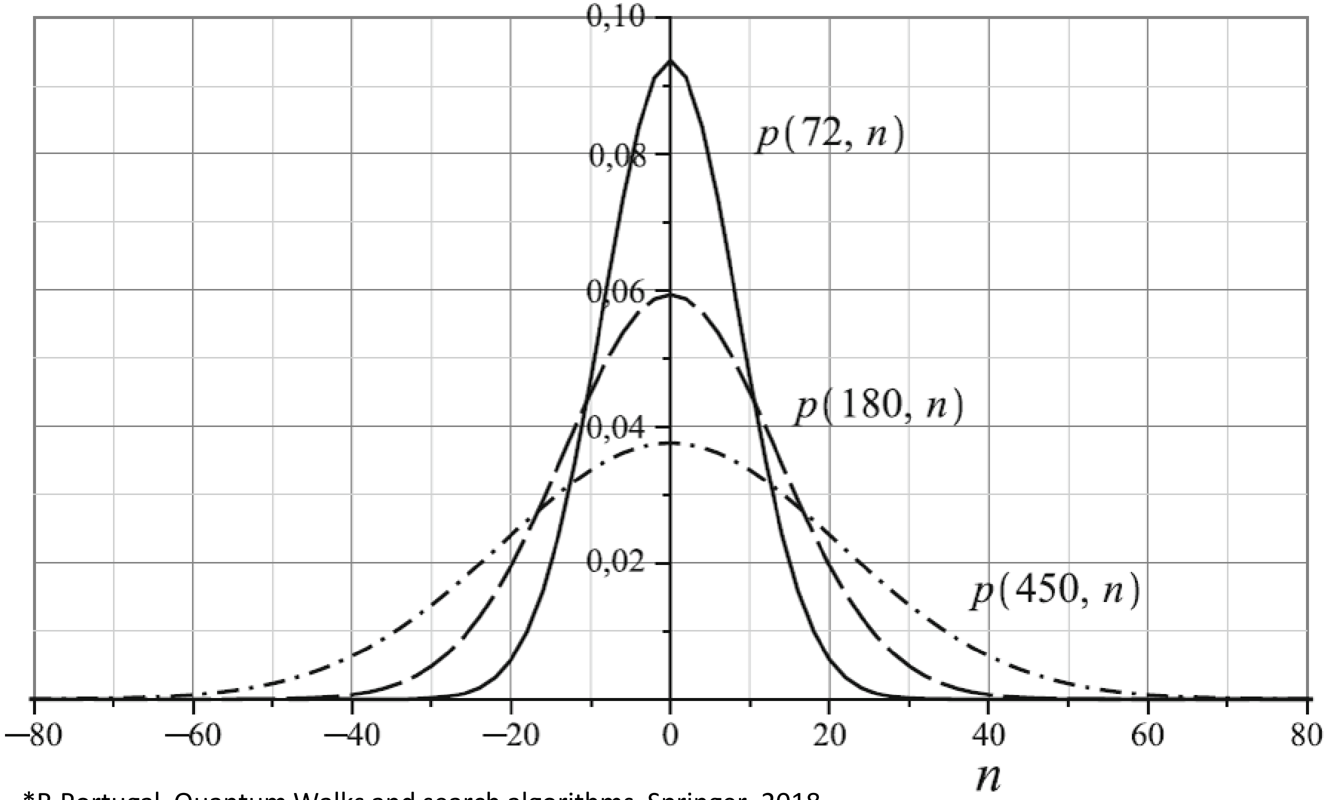
$t \backslash n$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
0						1					
1					$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$				
2				$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{4}$			
3			$\frac{1}{8}$		$\frac{3}{8}$		$\frac{3}{8}$		$\frac{1}{8}$		
4		$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{3}{8}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{16}$	
5	$\frac{1}{32}$		$\frac{5}{32}$		$\frac{5}{16}$		$\frac{5}{16}$		$\frac{5}{32}$		$\frac{1}{32}$

*R.Portugal. Quantum Walks and search algorithms. Springer, 2018.

Distribuição de Probabilidade

- Depois de t passos onde podemos encontrar o caminhante?

*https://www.deborahrfowler.com/HoudiniResources/FAQ/RBD/GaltonBoard/GaltonGifs/galton20.gif



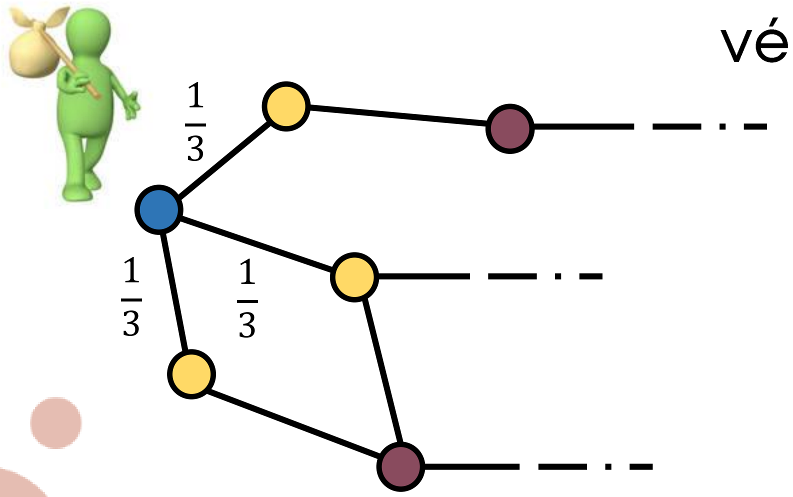
*R.Portugal. Quantum Walks and search algorithms. Springer, 2018.

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union
NextGenerationEU
2027
National Development Plan

Passeios aleatórios e Cadeias de Markov

- Num grafo $G(V, E)$, o caminhante se move para um dos vértices vizinhos com uma determinada probabilidade

- Um passeio aleatório num grafo é uma cadeia de Markov cujo conjunto de estados é o conjunto de vértices do grafo

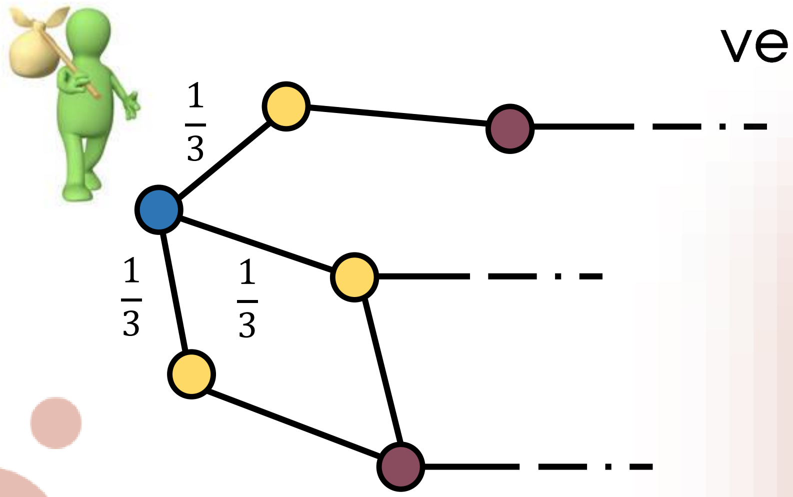


Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Passeios aleatórios e Cadeias de Markov

- Num grafo $G(V, E)$, o caminhante se move para um dos vertices vizinhos com uma determinada probabilidade

- Um passeio aleatório num grafo é uma cadeia de Markov cujo conjunto de estados é o conjunto de vertices do grafo



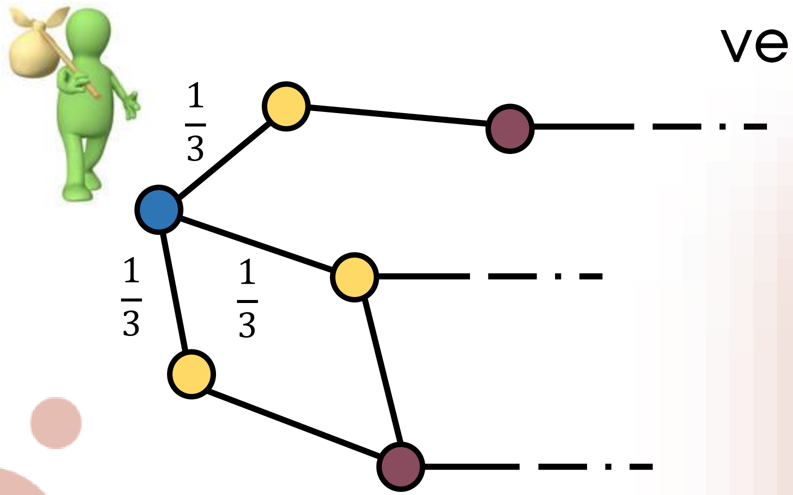
Cadeias de Markov

- Processo estocástico que assume valores em um conjunto discreto
- O próximo estado da cadeia depende somente do estado atual (não é influenciado por estados precedentes)

Passeios aleatórios e Cadeias de Markov

- Num grafo $G(V,E)$, o caminhante se move para um dos vertices vizinhos com uma determinada probabilidade

- Um passeio aleatório num grafo é uma cadeia de Markov cujo conjunto de estados é o conjunto de vertices do grafo



Cadeias de Markov

- Processo estocástico que assume valores em um conjunto discreto
- O próximo estado da cadeia depende somente do estado atual (não é influenciado por estados precedentes)

Existem Cadeias de Markov de tempo contínuo e de tempo discreto!

Vamos focar no caso discreto!

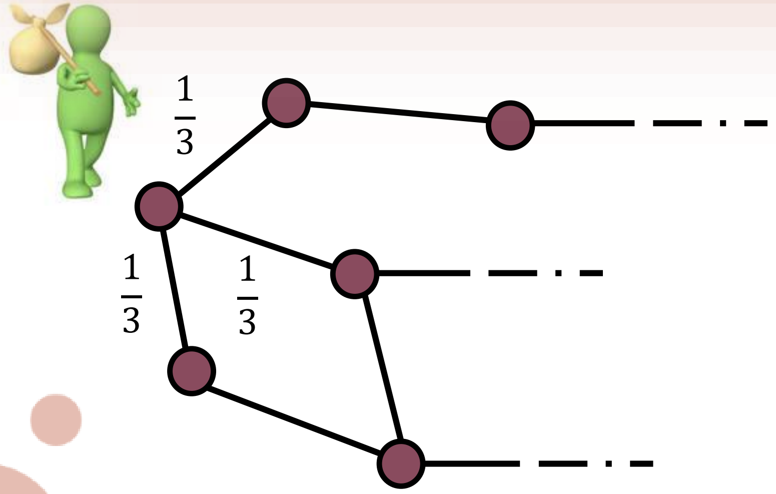
Passeios aleatórios e Cadeias de Markov

Distribuição de probabilidade no instante t:

$$\vec{p}(t) = \begin{bmatrix} p_1(t) \\ \vdots \\ p_n(t) \end{bmatrix}$$

Podemos obter a distribuição de probabilidade no instante $t+1$ usando a matriz de probabilidade (transição) M:

$$\vec{p}(t+1) = M\vec{p}(t)$$



M_{ij} é a probabilidade de ir do vértice j para o vértice i

Por exemplo,

d_j é o grau do vértice j

$$M_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{d_j}, & \text{if } (i,j) \in E \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union NextGenerationEU
2027 National Development Plan

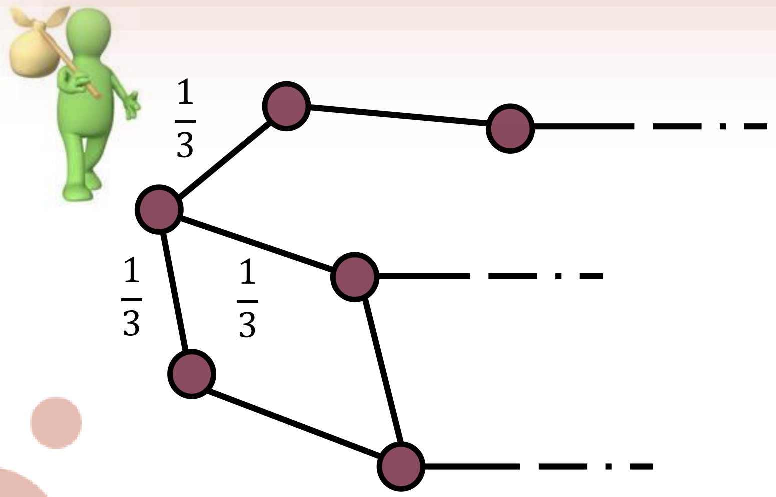
Passeios aleatórios e Cadeias de Markov

Distribuição de probabilidade no instante t:

$$\vec{p}(t) = \begin{bmatrix} p_1(t) \\ \vdots \\ p_n(t) \end{bmatrix}$$

Podemos obter a distribuição de probabilidade no instante $t+1$ usando a matriz de probabilidade (transição) M:

$$\vec{p}(t+1) = M\vec{p}(t)$$



M_{ij} é a probabilidade de ir do vértice j para o vértice i

Por exemplo,

$$M_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{d_j}, & \text{if } (i,j) \in E \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

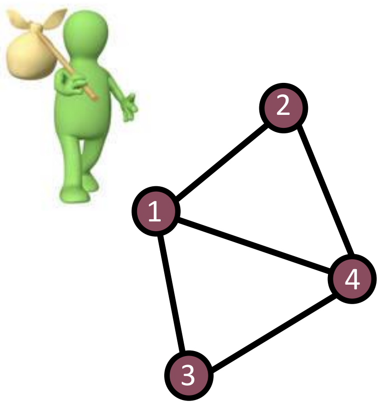
d_j é o grau do vértice j

Note que essa equação é recursiva. Podemos então escrever:

$$\vec{p}(t) = M^t \vec{p}(0)$$

Initiative
Funded by the European Union NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Passeios aleatórios e Cadeias de Markov

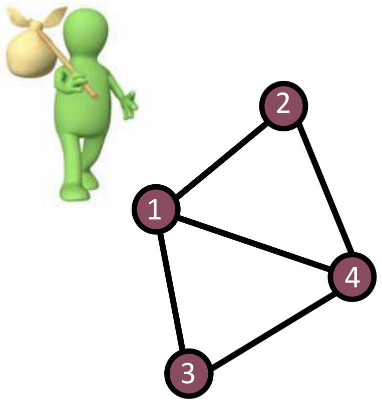


$$M = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

Matriz estocástica a esquerda (soma das colunas é 1)

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union
NextGenerationEU
2027 National Development Plan

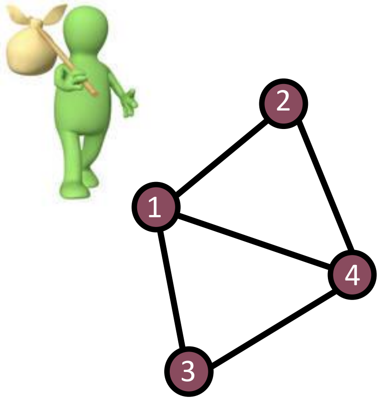
Passeios aleatórios e Cadeias de Markov



$$M = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{p}(0) = \begin{array}{cl} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{array}{l} p_1(0) \\ p_2(0) \\ p_3(0) \\ p_4(0) \end{array} \end{array}$$

Passeios aleatórios e Cadeias de Markov



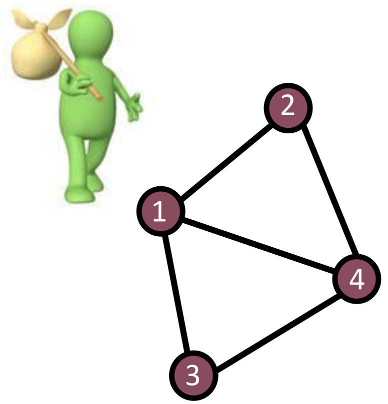
$$M = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{p}(0) = \begin{array}{cc} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} p_1(0) \\ p_2(0) \\ p_3(0) \\ p_4(0) \end{array} \end{array}$$

$$\vec{p}(1) = M\vec{p}(0) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{array}{cc} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \end{bmatrix} & \begin{array}{c} p_1(1) \\ p_2(1) \\ p_3(1) \\ p_4(1) \end{array} \end{array}$$

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union
NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Passeios aleatórios e Cadeias de Markov



$$M = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{p}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} p_1(0) \\ p_2(0) \\ p_3(0) \\ p_4(0) \end{matrix}$$

$$\vec{p}(1) = M\vec{p}(0) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{matrix} p_1(1) \\ p_2(1) \\ p_3(1) \\ p_4(1) \end{matrix}$$

$$\vec{p}(t) = M^t \vec{p}(0)$$

Propriedades

- Tempo de alcance
- Tempo de retorno
- Distribuição limite
- Tempo de mistura
- ...

Latvian Quantum Initiative

Funded by the European Union
NextGenerationEU

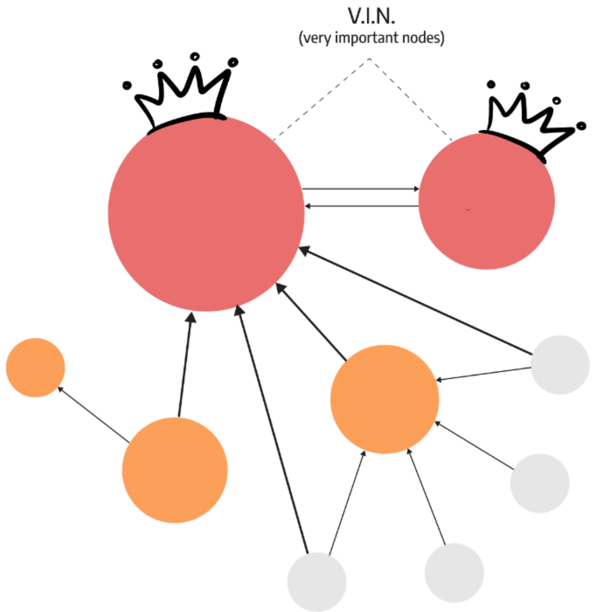
2027 National Development Plan

Propriedades

- Tempo de alcance
- Tempo de retorno
- Distribuição limite
- Tempo de mistura
- ...

Aplicações

- Ciência da Computação
- Matemática
- Economia
- Química, Biologia, Ciências Socias, etc.



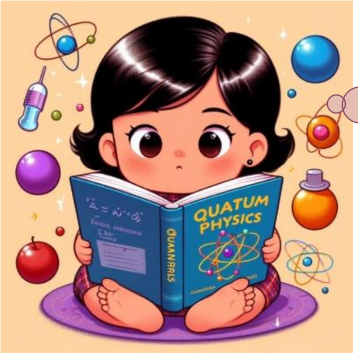
- Desenvolvimento de algoritmos
  - Ex. Algoritmo de PageRank da Google

*https://memgraph.com/blog/pagerank-algorithm-for-graph-databases

Aplicações

- Ciência da Computação
- Matemática
- Economia
- Química, Biologia, Ciências Socias, etc.

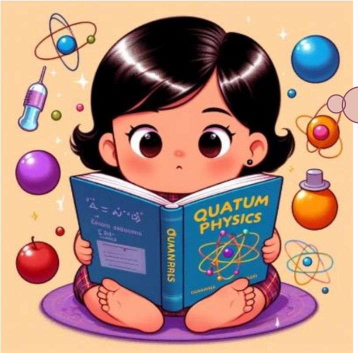
Quantização



Como obter uma versão quântica de um passeio aleatório?

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union
NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Quantização

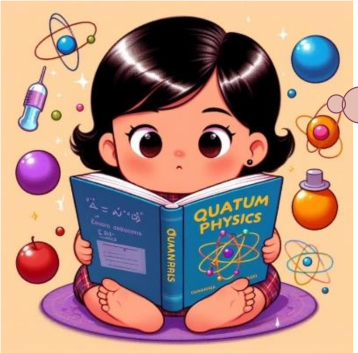


Como obter uma versão quântica de um passeio aleatório?

- Convertemos o vetor de probabilidade em um vetor de amplitudes
- Convertemos a matriz de transição em um operador unitário

Seguindo as regras da mecânica quântica!

Quantização



Como obter uma versão quântica de um passeio aleatório?

- Convertemos o vetor de probabilidade em um vetor de amplitudes
- Convertemos a matriz de transição em um operador unitário

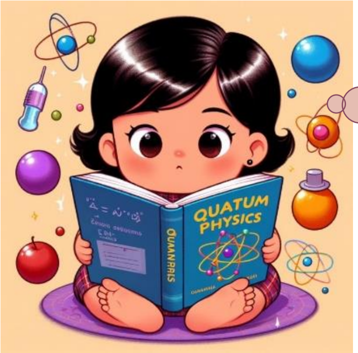
Seguindo as regras da mecânica quântica!

Postulados da Mecânica Quântica

- Representação
- Evolução
- Medição
- Composição

Quantum Initiative
Funded by the European Union
NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Quantização



Como obter uma versão quântica de um passeio aleatório?

Vetor de probabilidade

$$\vec{p}(t) = \begin{bmatrix} p_1(t) \\ \vdots \\ p_n(t) \end{bmatrix}$$

$$p_1(t) + p_2(t) + \cdots + p_n(t) = 1$$

$\in \mathbb{C}$

$$|\psi(t)\rangle = \begin{bmatrix} \alpha_1(t) \\ \vdots \\ \alpha_n(t) \end{bmatrix}$$

$$|\alpha_1(t)|^2 + |\alpha_2(t)|^2 + \cdots + |\alpha_n(t)|^2 = 1$$

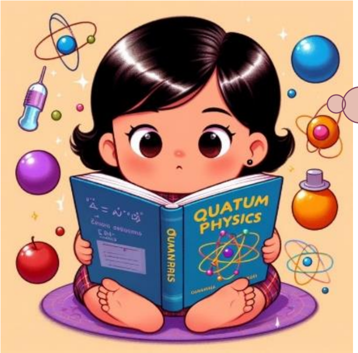
Vetor de amplitudes

- Convertemos o vetor de probabilidade em um vetor de amplitudes
- Convertemos a matriz de transição em um operador unitário

Postulado: Representação

Seguindo as regras da mecânica quântica!

Quantização



Como obter uma versão quântica de um passeio aleatório?

$$\vec{p}(t) = \begin{bmatrix} p_1(t) \\ \vdots \\ p_n(t) \end{bmatrix}$$

$$p_1(t) + p_2(t) + \cdots + p_n(t) = 1$$

$$\in \mathbb{C}$$

$$|\psi(t)\rangle = \begin{bmatrix} \alpha_1(t) \\ \vdots \\ \alpha_n(t) \end{bmatrix}$$

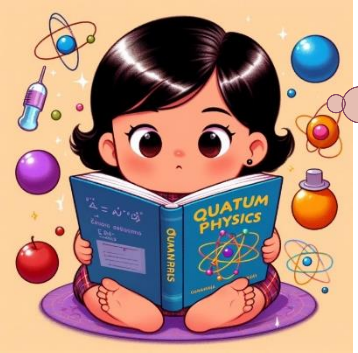
$$|\alpha_1(t)|^2 + |\alpha_2(t)|^2 + \cdots + |\alpha_n(t)|^2 = 1$$

$$= \alpha_1(t) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + \alpha_2(t) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + \cdots + \alpha_n(t) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Convertemos o vetor de probabilidade em um vetor de amplitudes
- Convertemos a matriz de transição em um operador unitário

Seguindo as regras da mecânica quântica!

Quantização



Como obter uma versão quântica de um passeio aleatório?

$$\vec{p}(t) = \begin{bmatrix} p_1(t) \\ \vdots \\ p_n(t) \end{bmatrix}$$

$$p_1(t) + p_2(t) + \cdots + p_n(t) = 1$$

$$|\psi(t)\rangle = \begin{bmatrix} \alpha_1(t) \\ \vdots \\ \alpha_n(t) \end{bmatrix}$$

$\in \mathbb{C}$

$$|\alpha_1(t)|^2 + |\alpha_2(t)|^2 + \cdots + |\alpha_n(t)|^2 = 1$$

- Convertemos o vetor de probabilidade em um vetor de amplitudes
- Convertemos a matriz de transição em um operador unitário

$$= \alpha_1(t) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + \alpha_2(t) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + \cdots + \alpha_n(t) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

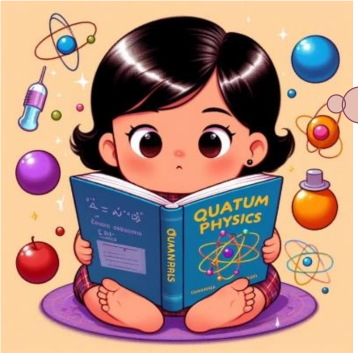
Seguindo as regras da mecânica quântica!

superposição

$$= \alpha_1(t)\,|1\rangle + \alpha_2(t)\,|2\rangle + \cdots + \alpha_n(t)\,|n\rangle$$

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union
NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Quantização



Como obter uma versão quântica de um passeio aleatório?

Matriz de transição

$$\vec{p}(t) = M^t \vec{p}(0)$$

Matriz unitária

$$|\psi(t)\rangle = U^t \, |\psi(0)\rangle$$

- Convertemos o vetor de probabilidade em um vetor de amplitudes
- Convertemos a matriz de transição em um operador unitário

Matriz unitária

$$UU^\dagger = U^\dagger U = I$$

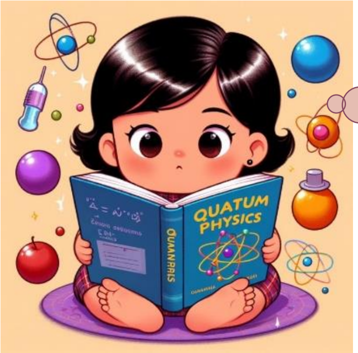
Sua inversa é igual a sua transposta conjugada!

Postulado: Evolução

Seguindo as regras da mecânica quântica!

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union
NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Quantização



Como obter uma versão quântica de um passeio aleatório?

Matriz de transição

$$\vec{p}(t) = M^t \vec{p}(0)$$

Matriz unitária

$$|\psi(t)\rangle = U^t \, |\psi(0)\rangle$$

- Convertemos o vetor de probabilidade em um vetor de amplitudes
- Convertemos a matriz de transição em um operador unitário

Seguindo as regras da mecânica quântica!

Matriz unitária

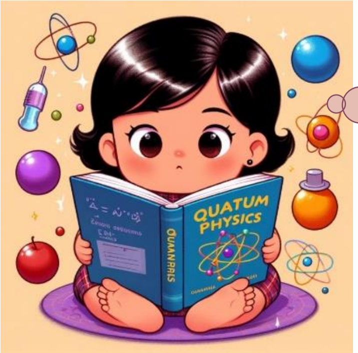
$$UU^\dagger = U^\dagger U = I$$

Sua inversa é igual a sua transposta conjugada!

Tipos de Passeios quânticos

- Tempo discreto
- Tempo contínuo

Quantização



Como obter uma versão quântica de um passeio aleatório?

Matriz de transição

$$\vec{p}(t) = M^t \vec{p}(0)$$

Matriz unitária

$$|\psi(t)\rangle = U^t \, |\psi(0)\rangle$$

- Convertemos o vetor de probabilidade em um vetor de amplitudes
- Convertemos a matriz de transição em um operador unitário

Seguindo as regras da mecânica quântica!

Matriz unitária

$$UU^\dagger = U^\dagger U = I$$

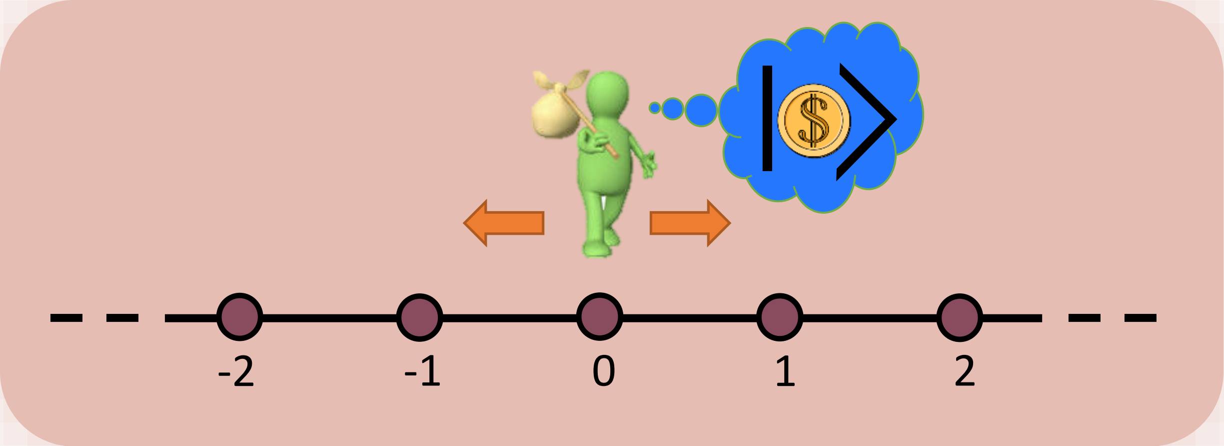
Sua inversa é igual a sua transposta conjugada!

Tipos de Passeios quânticos

- Tempo discreto
- Tempo contínuo

Passeio quântico com moeda

- Y.Aharonov, L.Davidovich e N. Zagury. “Quantum random walks”. Phys. Rev. A. 48, 1687 (1993)
- O caminhante é uma partícula quântica
- Utiliza um espaço adicional que representa a moeda.



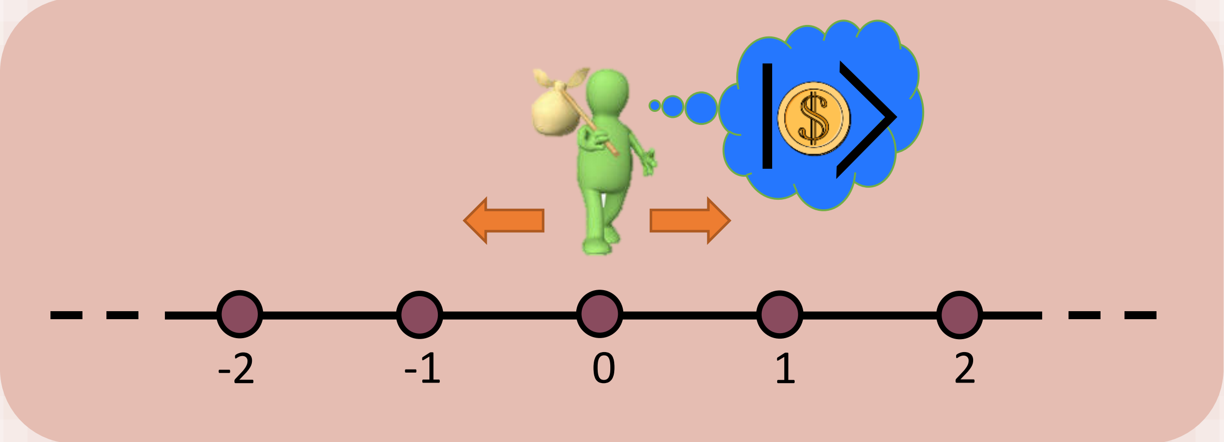
Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Passeio quântico com moeda

- Y.Aharonov, L.Davidovich e N. Zagury. “Quantum random walks”. Phys. Rev. A. 48, 1687 (1993)
- O caminhante é uma partícula quântica
- Utiliza um espaço adicional que representa a moeda.

$\mathcal{H}_P = span\{|x\rangle : x \in \mathbb{Z}\}$ Espaço da posição

Espaço da moeda $\mathcal{H}_C = span\{|\leftarrow\rangle, |\rightarrow\rangle\}$



Espaço do passeio

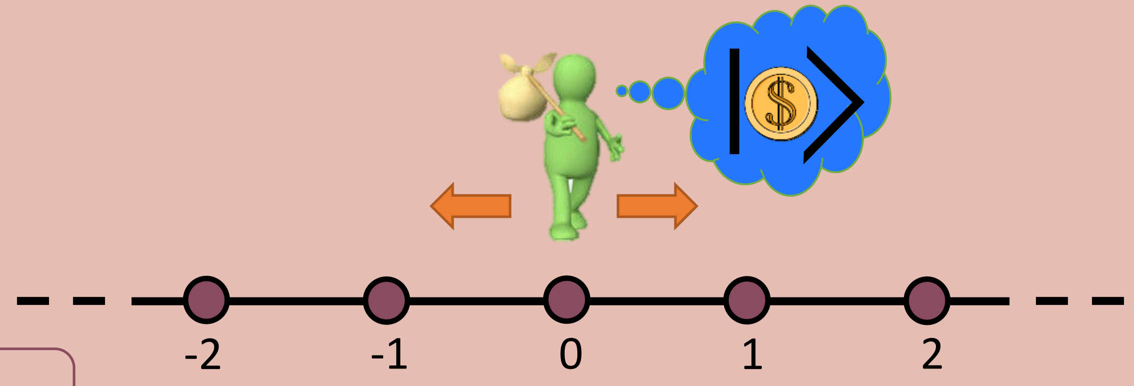
$$\mathcal{H}_C \otimes \mathcal{H}_P = span\{|j\rangle\,|x\rangle, j \in \{\leftarrow, \rightarrow\}, x \in \mathbb{Z}\}$$

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Passeio quântico com moeda

- Y.Aharonov, L.Davidovich e N. Zagury. “Quantum random walks”. Phys. Rev. A. 48, 1687 (1993)
- O caminhante é uma partícula quântica
- Utiliza um espaço adicional que representa a moeda.

$\mathcal{H}_P = span\{|x\rangle : x \in \mathbb{Z}\}$ Espaço da posição



Espaço da moeda $\mathcal{H}_C = span\{|\leftarrow\rangle, |\rightarrow\rangle\}$

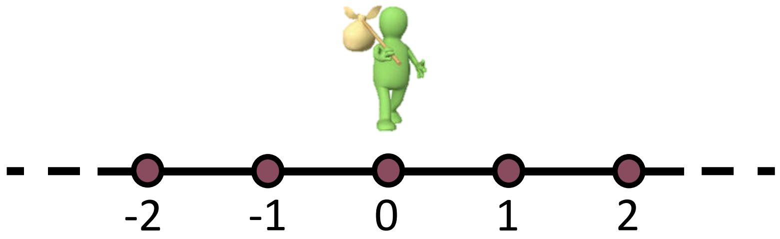
Postulado: Composição (produto tensorial/ produto de Kronecker)

Espaço do passeio

$$\mathcal{H}_C \otimes \mathcal{H}_P = span\{|j\rangle\,|x\rangle\,, j \in \{\leftarrow, \rightarrow\}, x \in \mathbb{Z}\}$$

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union
NextGenerationEU
2027 National Development Plan

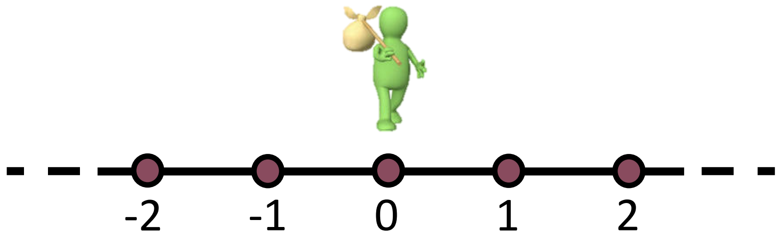
Passeio quântico com moeda na reta



Operador de Evolução

$$U = S \cdot (C \otimes I_P)$$

Passeio quântico com moeda na reta



Operador de Evolução

$$U = S \cdot (C \otimes I_P)$$

Operador moeda

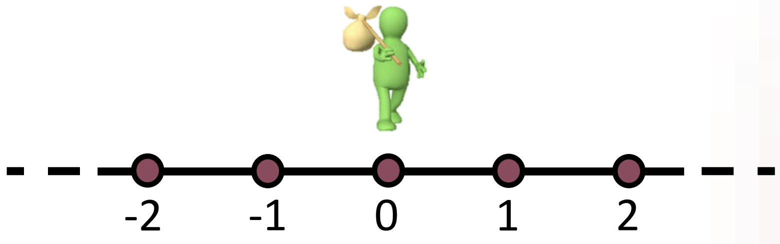
Operador deslocamento

Latvian Quantum Initiative

Funded by the European Union NextGenerationEU

2027 National Development Plan

Passeio quântico com moeda na reta



Operador de Evolução

$$U = S \cdot (C \otimes I_P)$$

Operador moeda

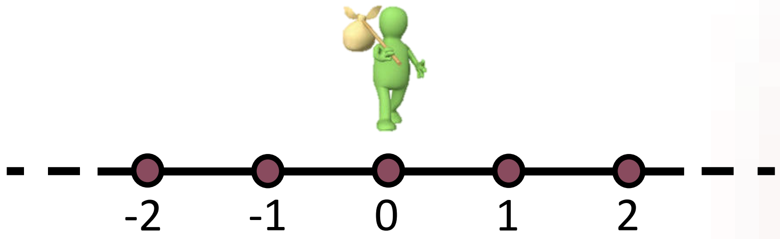
Operador deslocamento

Por exemplo, considere a moeda de Hadamard

$$C = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \qquad \begin{cases} C\,|{\rightarrow}\rangle = \dfrac{1}{\sqrt{2}}(|{\rightarrow}\rangle + |{\leftarrow}\rangle) \\ C\,|{\leftarrow}\rangle = \dfrac{1}{\sqrt{2}}(|{\rightarrow}\rangle - |{\leftarrow}\rangle) \end{cases}$$

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union
NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Passeio quântico com moeda na reta



Operador de Evolução

$$U = S \cdot (C \otimes I_P)$$

Operador moeda

Operador deslocamento

Por exemplo, considere a moeda de Hadamard

$$C = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \qquad \begin{cases} C\left|\rightarrow\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\left|\rightarrow\right\rangle + \left|\leftarrow\right\rangle) \\ C\left|\leftarrow\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\left|\rightarrow\right\rangle - \left|\leftarrow\right\rangle) \end{cases}$$

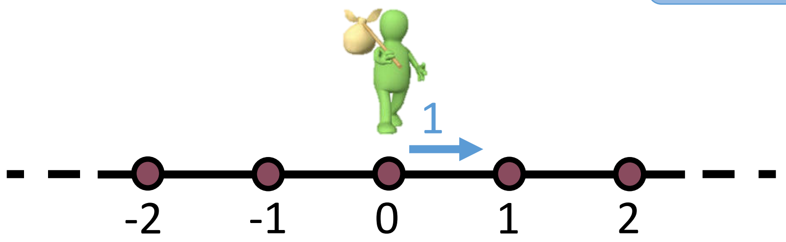
$$\begin{cases} S\left|\rightarrow\right\rangle\left|x\right\rangle = \left|\rightarrow\right\rangle\left|x+1\right\rangle \\ S\left|\leftarrow\right\rangle\left|x\right\rangle = \left|\leftarrow\right\rangle\left|x-1\right\rangle \end{cases}$$

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union
NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Passeio quântico com moeda na reta

Estado inicial

$$|\rightarrow\rangle\,|0\rangle$$

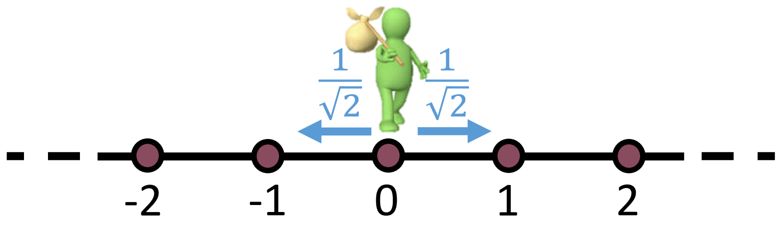


Operador de Evolução

$$U = S \cdot (C \otimes I_P)$$

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union
NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Passeio quântico com moeda na reta



Estado inicial

$$|\rightarrow\rangle\,|0\rangle$$

Aplicamos a moeda

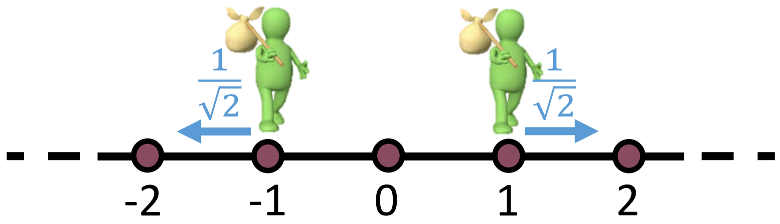
$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\rightarrow\rangle + |\leftarrow\rangle\right)|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\rightarrow\rangle\,|0\rangle + |\leftarrow\rangle\,|0\rangle\right)$$

Operador de Evolução

$$U = S\cdot(C\otimes I_P)$$

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union
NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Passeio quântico com moeda na reta



Estado inicial

$$|\rightarrow\rangle\,|0\rangle$$

Aplicamos a moeda

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\rightarrow\rangle + |\leftarrow\rangle\right)|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\rightarrow\rangle\,|0\rangle + |\leftarrow\rangle\,|0\rangle\right)$$

Aplicamos o deslocamento

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(S\,|\rightarrow\rangle\,|0\rangle + S\,|\leftarrow\rangle\,|0\rangle\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\rightarrow\rangle\,|1\rangle + |\leftarrow\rangle\,|-1\rangle\right)$$

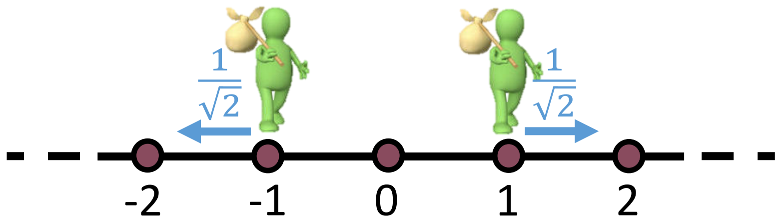
Operador de Evolução

$$U = S \cdot (C \otimes I_P)$$

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union
NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Passeio quântico com moeda na reta

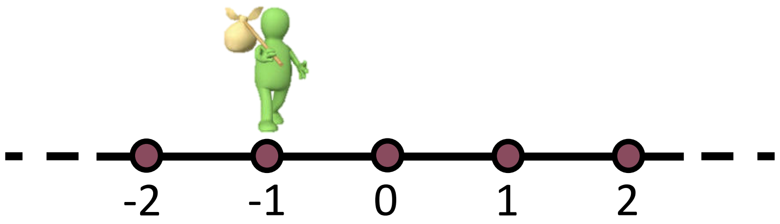
Estado inicial



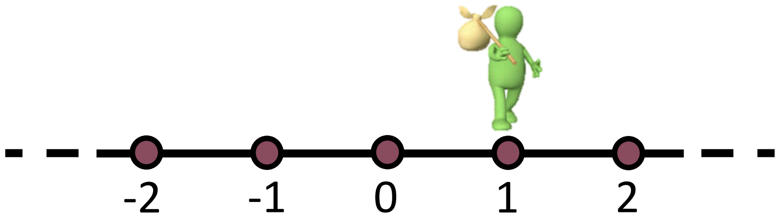
$$|\rightarrow\rangle\,|0\rangle \xrightarrow{U} \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\rightarrow\rangle\,|1\rangle + |\leftarrow\rangle\,|-1\rangle\right)$$

Medição

Probabilidade



$$\left|\frac{1}{\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{1}{2}$$



$$\left|\frac{1}{\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{1}{2}$$

Postulado: Medição

Operador de Evolução

$$U = S \cdot (C \otimes I_P)$$

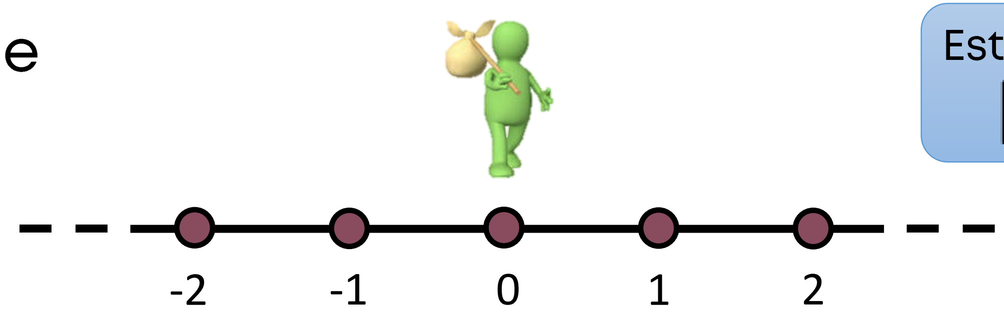
Latvian Quantum Initiative

Funded by the European Union NextGenerationEU

2027 National Development Plan

Distribuição de Probabilidade

- Depois de t passos onde podemos encontrar o caminhante?



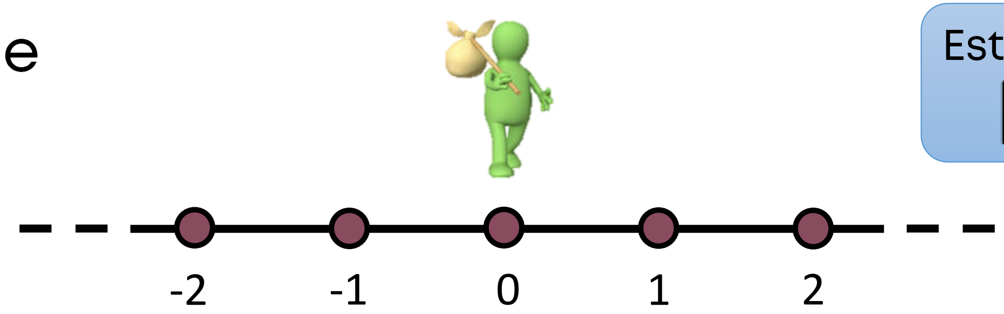
Estado inicial
$|\rightarrow\rangle\,|0\rangle$

$t \backslash n$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
0						1					
1					$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$				
2				$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{4}$			
3			$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{5}{8}$		$\frac{1}{8}$		
4		$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{5}{8}$		$\frac{1}{16}$	
5	$\frac{1}{32}$		$\frac{5}{32}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{17}{32}$		$\frac{1}{32}$

*R.Portugal. Quantum Walks and search algorithms. Springer, 2018.

Distribuição de Probabilidade

- Depois de t passos onde podemos encontrar o caminhante?



Estado inicial
$|\rightarrow\rangle\,|0\rangle$

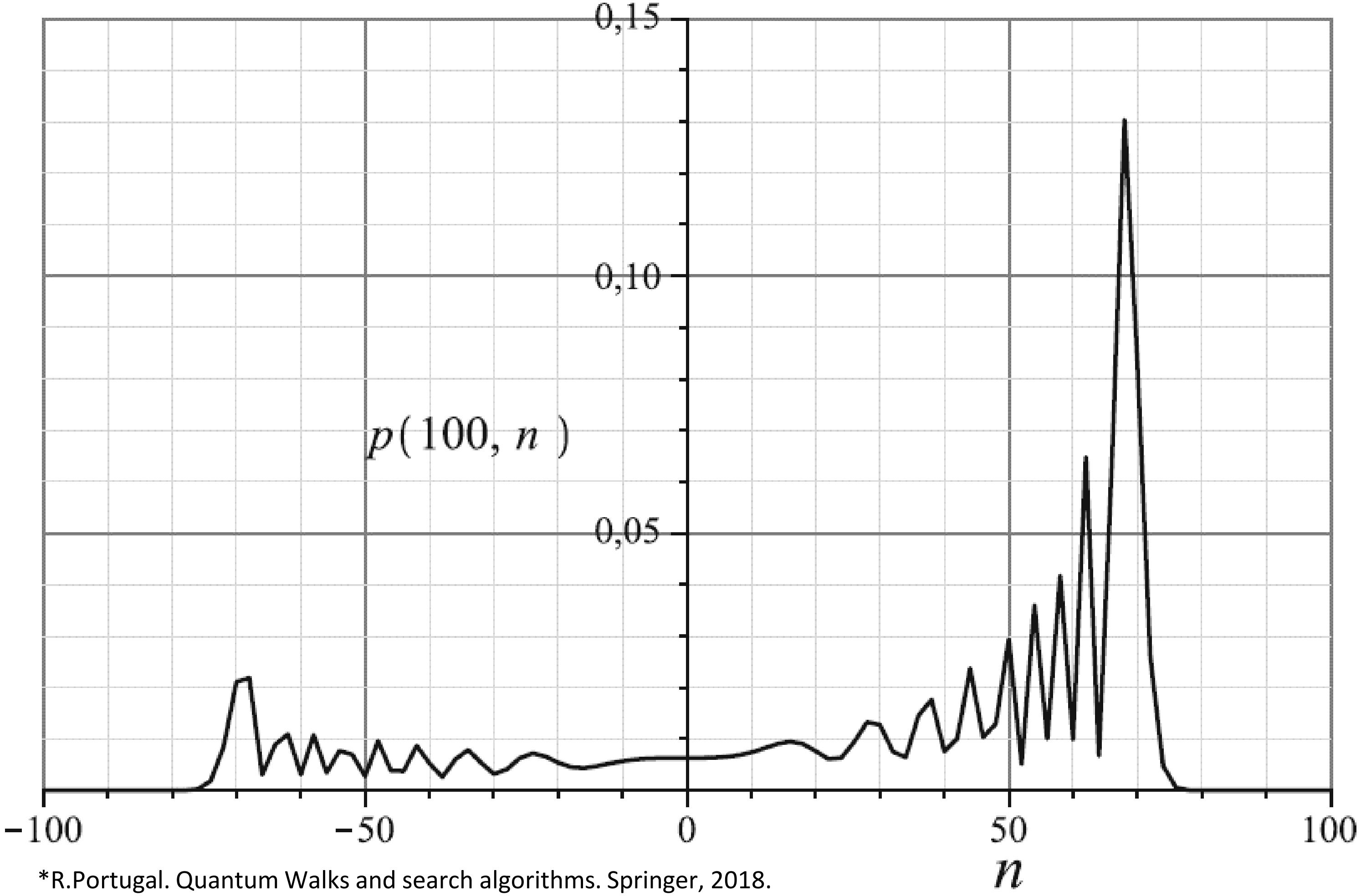
$t \backslash n$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
0						1					
1					$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$				
2				$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{4}$			
3			$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{5}{8}$		$\frac{1}{8}$		
4		$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{5}{8}$		$\frac{1}{16}$	
5	$\frac{1}{32}$		$\frac{5}{32}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{17}{32}$		$\frac{1}{32}$

*R.Portugal. Quantum Walks and search algorithms. Springer, 2018.

Distribuição de Probabilidade

- Depois de t passos onde podemos encontrar o caminhante?

Estado inicial
$|{\rightarrow}\rangle\,|0\rangle$



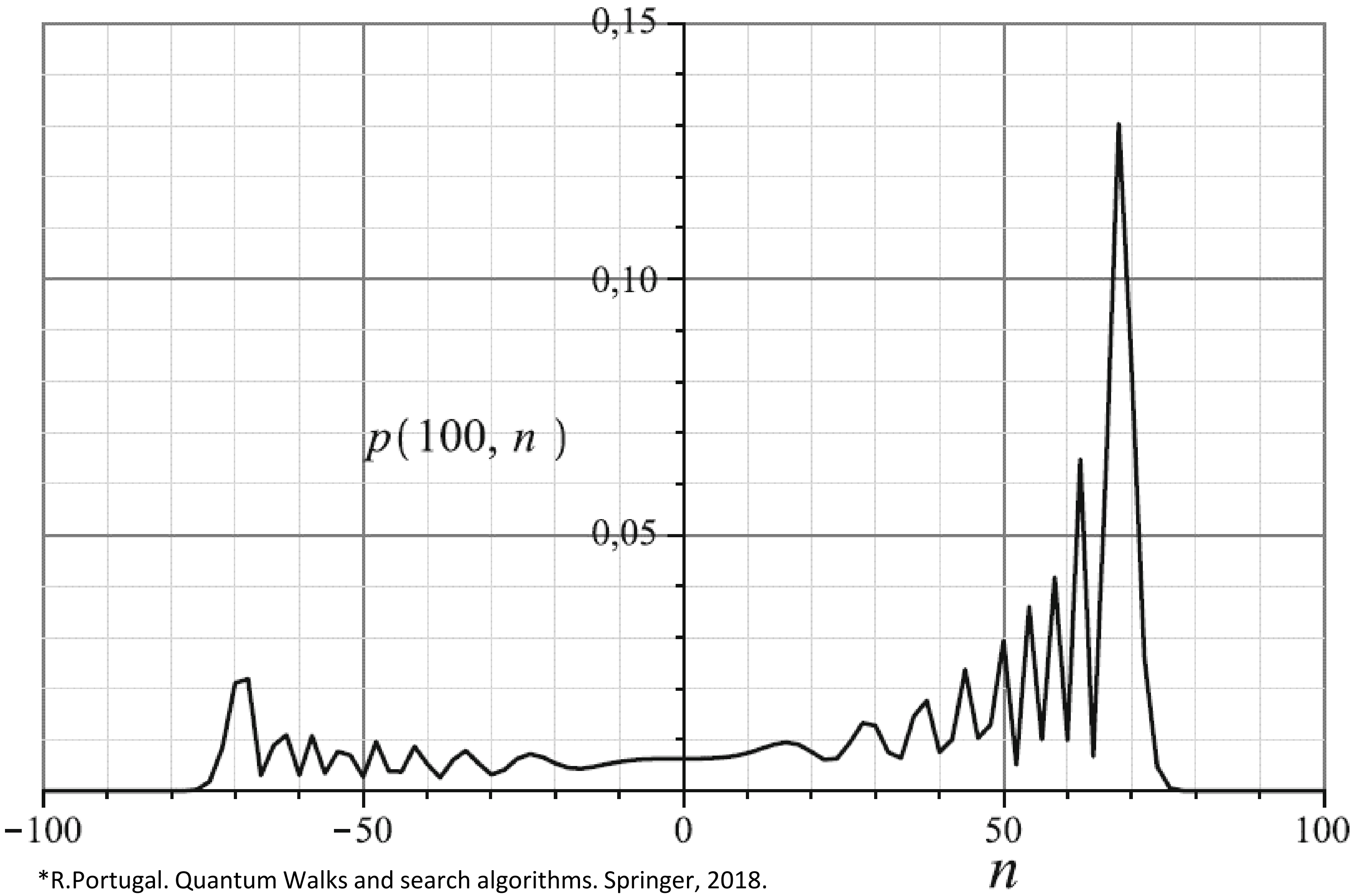
*R.Portugal. Quantum Walks and search algorithms. Springer, 2018.

Union
EU
2027
National Development Plan

Distribuição de Probabilidade

- Depois de t passos onde podemos encontrar o caminhante?

Estado inicial
$|\rightarrow\rangle\,|0\rangle$



Desvio - padrão

Quântico

$$\sigma(t) \sim t$$

Clássico

$$\sigma(t) \sim \sqrt{t}$$

*R.Portugal. Quantum Walks and search algorithms. Springer, 2018.

Passeio quântico escalonado

- D.A. Meyer. From quantum cellular automata to quantum lattice gases. Journal of Statistical Physics (1996)
- A. Patel, K. Raghunathan and P. Rungta. “Quantum random walks do not need a coin toss”. Phys. Rev. A (2005)
- M. Falk. “Quantum Search on the Spatial Grid” (2013)
- R. Portugal, R. A. M. Santos, T. Fernandes, D. Gonçalves. “The staggered quantum walk model”. Quantum Inf Proc. (2016).

Latvian Quantum Initiative

Funded by the European Union NextGenerationEU

2027 National Development Plan

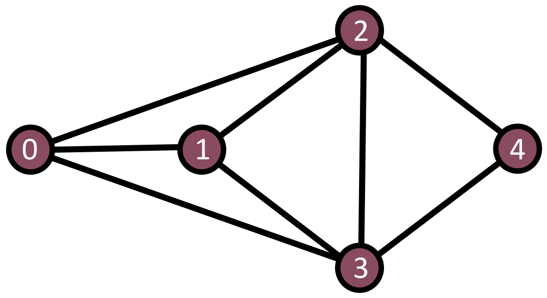
Passeio quântico escalonado

- D.A. Meyer. From quantum cellular automata to quantum lattice gases. Journal of Statistical Physics (1996)
- A. Patel, K. Raghunathan and P. Rungta. “Quantum random walks do not need a coin toss”. Phys. Rev. A (2005)
- M. Falk. “Quantum Search on the Spatial Grid” (2013)
- R. Portugal, R. A. M. Santos, T. Fernandes, D. Gonçalves. “The staggered quantum walk model”. Quantum Inf Proc. (2016).

- Nesse modelo não temos moeda
- O espaço do passeio está associado apenas aos vértices do grafo
- Utilizamos **tesselagens** para definir o operador de evolução
- Cada tesselagem é uma partição do grafo em **polígonos (cliques)**

Passeio quântico escalonado

- Vamos construir um passeio quântico escalonado no grafo abaixo



- Passo 1: fazer uma partição dos vértices em **cliques**
  - Cada partição é uma clique também chamada de **polígono**
  - Os polígonos não se sobrepõem e sua união contém todos os vértices
  - A união dos polígonos é chamada de **tesselagem**

Clique é um subgrafo que é completo

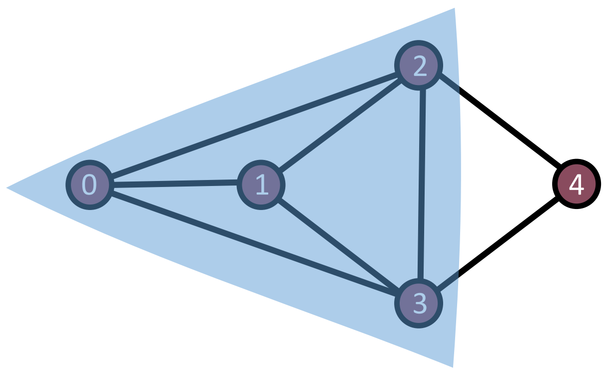
Latvian Quantum Initiative

Funded by the European Union
NextGenerationEU

2027
National Development Plan

Passeio quântico escalonado

- Vamos construir um passeio quântico escalonado no grafo abaixo

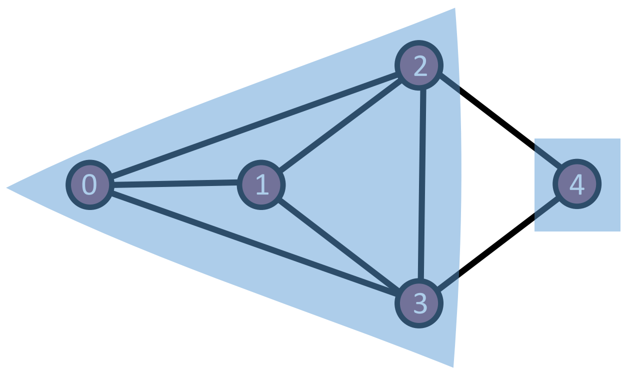


- Passo 1: fazer uma partição dos vértices em **cliques**
  - Cada partição é uma clique também chamada de **polígono**
  - Os polígonos não se sobrepõem e sua união contém todos os vértices
  - A união dos polígonos é chamada de **tesselagem**

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Passeio quântico escalonado

- Vamos construir um passeio quântico escalonado no grafo abaixo

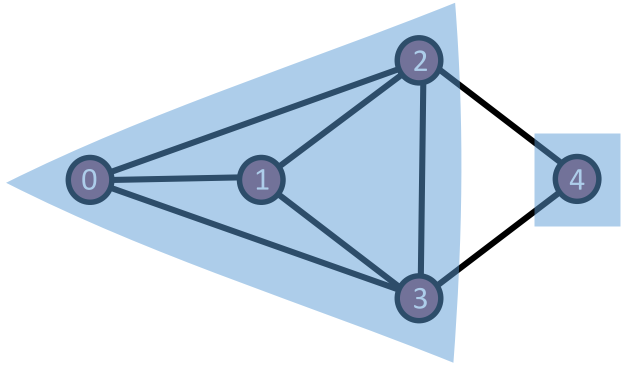


- Passo 1: fazer uma partição dos vértices em cliques
  - Cada partição é uma clique também chamada de polígono
  - Os polígonos não se sobrepõem e sua união contém todos os vértices
  - A união dos polígonos é chamada de tesselagem

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Passeio quântico escalonado

- Vamos construir um passeio quântico escalonado no grafo abaixo

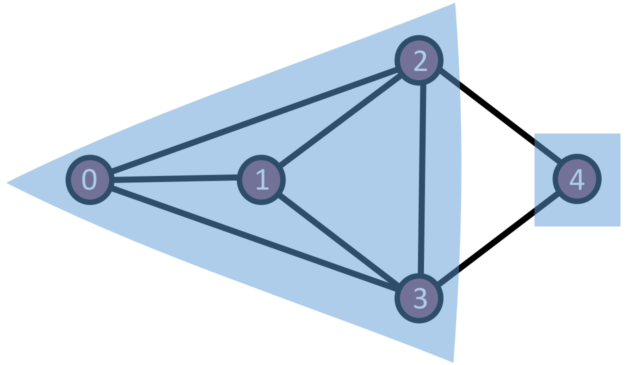


- Passo 1: fazer uma partição dos vértices em cliques
  - Cada partição é uma clique também chamada de polígono
  - Os polígonos não se sobrepõem e sua união contém todos os vértices
  - A união dos polígonos é chamada de tesselagem
- Passo 2: associar um vetor unitário para cada polígono
  - Por exemplo, podemos considerar a superposição uniforme

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union
NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Passeio quântico escalonado

- Vamos construir um passeio quântico escalonado no grafo abaixo



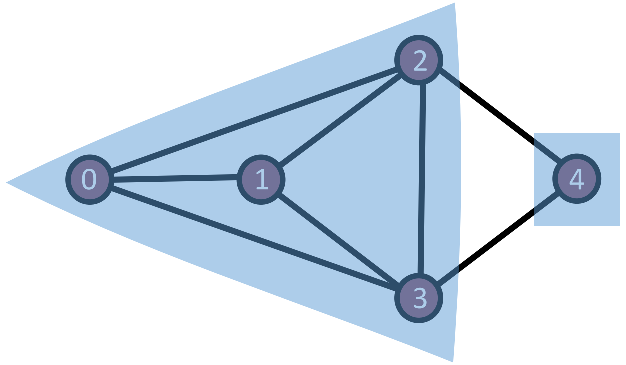
- Passo 1: fazer uma partição dos vértices em **cliques**
  - Cada partição é uma clique também chamada de **polígono**
  - Os polígonos não se sobrepõem e sua união contém todos os vértices
  - A união dos polígonos é chamada de **tesselagem**
- Passo 2: associar um vetor unitário para cada polígono
  - Por exemplo, podemos considerar a superposição uniforme

$$|\alpha_0\rangle = \frac{1}{2}\left(|0\rangle + |1\rangle + |2\rangle + |3\rangle\right)$$

$$|\alpha_1\rangle = |4\rangle$$

Passeio quântico escalonado

- Vamos construir um passeio quântico escalonado no grafo abaixo



- Passo 1: fazer uma partição dos vértices em **cliques**
  - Cada partição é uma clique também chamada de **polígono**
  - Os polígonos não se sobrepõem e sua união contém todos os vértices
  - A união dos polígonos é chamada de **tesselagem**
- Passo 2: associar um vetor unitário para cada polígono
  - Por exemplo, podemos considerar a superposição uniforme

$$|\alpha_0\rangle = \frac{1}{2}\left(|0\rangle + |1\rangle + |2\rangle + |3\rangle\right)$$

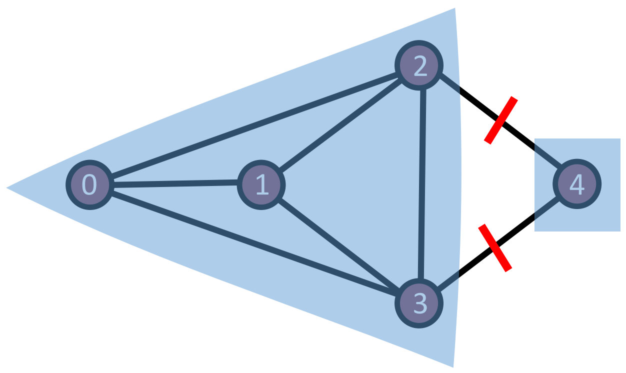
$$|\alpha_1\rangle = |4\rangle$$

Temos o primeiro operador unitário:

$$U_0 = 2\,|\alpha_0\rangle\langle\alpha_0| + 2\,|\alpha_1\rangle\langle\alpha_1| - I$$

Passeio quântico escalonado

- Vamos construir um passeio quântico escalonado no grafo abaixo



- Passo 1: fazer uma partição dos vértices em **cliques**
  - Cada partição é uma clique também chamada de **polígono**
  - Os polígonos não se sobrepõem e sua união contém todos os vértices
  - A união dos polígonos é chamada de **tesselagem**
- Passo 2: associar um vetor unitário para cada polígono
  - Por exemplo, podemos considerar a superposição uniforme

$$|\alpha_0\rangle = \frac{1}{2}\left(|0\rangle + |1\rangle + |2\rangle + |3\rangle\right)$$

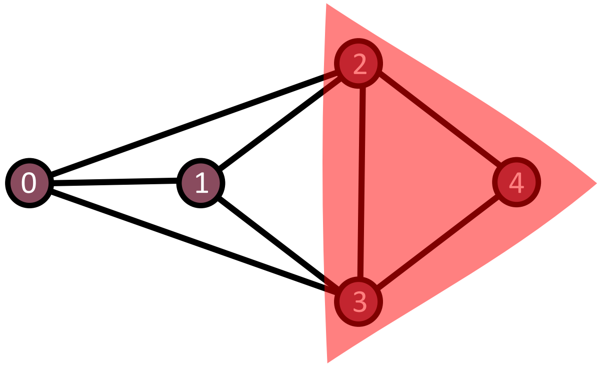
$$|\alpha_1\rangle = |4\rangle$$

- Passo 3: repetir Passos 1 e 2 fazendo uma partição para incluir as arestas que faltam.

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Passeio quântico escalonado

- Vamos construir um passeio quântico escalonado no grafo abaixo

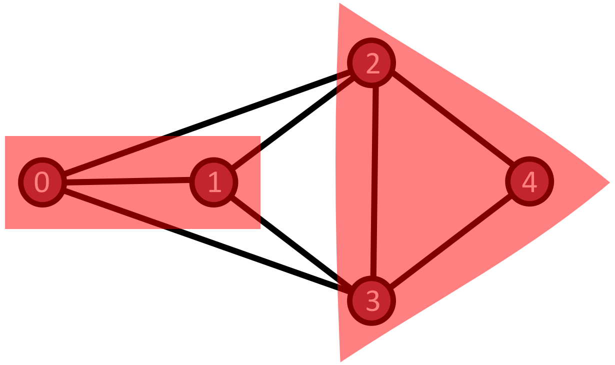


- Passo 1: fazer uma partição dos vértices em **cliques**
  - Cada partição é uma clique também chamada de **polígono**
  - Os polígonos não se sobrepõem e sua união contém todos os vértices
  - A união dos polígonos é chamada de **tesselagem**
- Passo 2: associar um vetor unitário para cada polígono
  - Por exemplo, podemos considerar a superposição uniforme

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Passeio quântico escalonado

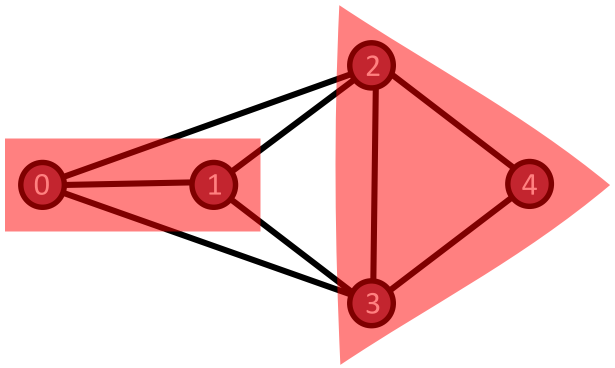
- Vamos construir um passeio quântico escalonado no grafo abaixo



- Passo 1: fazer uma partição dos vértices em **cliques**
  - Cada partição é uma clique também chamada de **polígono**
  - Os polígonos não se sobrepõem e sua união contém todos os vértices
  - A união dos polígonos é chamada de **tesselagem**
- Passo 2: associar um vetor unitário para cada polígono
  - Por exemplo, podemos considerar a superposição uniforme

Passeio quântico escalonado

- Vamos construir um passeio quântico escalonado no grafo abaixo



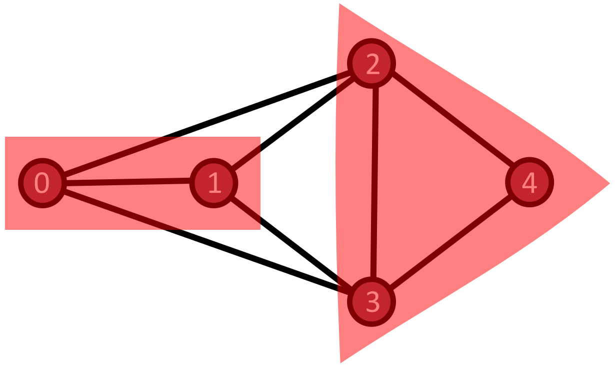
- Passo 1: fazer uma partição dos vértices em **cliques**
  - Cada partição é uma clique também chamada de **polígono**
  - Os polígonos não se sobrepõem e sua união contém todos os vértices
  - A união dos polígonos é chamada de **tesselagem**
- Passo 2: associar um vetor unitário para cada polígono
  - Por exemplo, podemos considerar a superposição uniforme

$$|\beta_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle + |1\rangle\right)$$

$$|\beta_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(|2\rangle + |3\rangle + |4\rangle\right)$$

Passeio quântico escalonado

- Vamos construir um passeio quântico escalonado no grafo abaixo



Temos o segundo operador unitário:

$$U_1 = 2\left|\beta_0\right\rangle\left\langle\beta_0\right| + 2\left|\beta_1\right\rangle\left\langle\beta_1\right| - I$$

- Passo 1: fazer uma partição dos vértices em **cliques**
  - Cada partição é uma clique também chamada de **polígono**
  - Os polígonos não se sobrepõem e sua união contém todos os vértices
  - A união dos polígonos é chamada de **tesselagem**
- Passo 2: associar um vetor unitário para cada polígono
  - Por exemplo, podemos considerar a superposição uniforme

$$|\beta_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle + |1\rangle\right)$$

$$|\beta_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(|2\rangle + |3\rangle + |4\rangle\right)$$

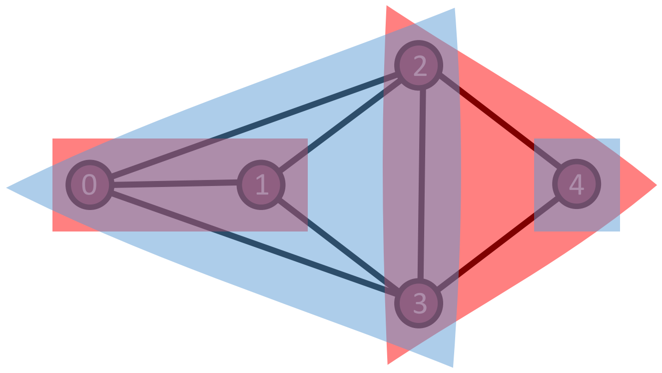
Latvian Quantum Initiative

Funded by the European Union NextGenerationEU

2027 National Development Plan

Passeio quântico escalonado

- Vamos construir um passeio quântico escalonado no grafo abaixo



- Como todas as arestas estão incluídas na união das tesselagens, podemos definer nosso operador de evolução:

$$U = U_1 \cdot U_0$$

$$U_0 = 2\left|\alpha_0\right\rangle\left\langle\alpha_0\right| + 2\left|\alpha_1\right\rangle\left\langle\alpha_1\right| - I$$

$$U_1 = 2\left|\beta_0\right\rangle\left\langle\beta_0\right| + 2\left|\beta_1\right\rangle\left\langle\beta_1\right| - I$$

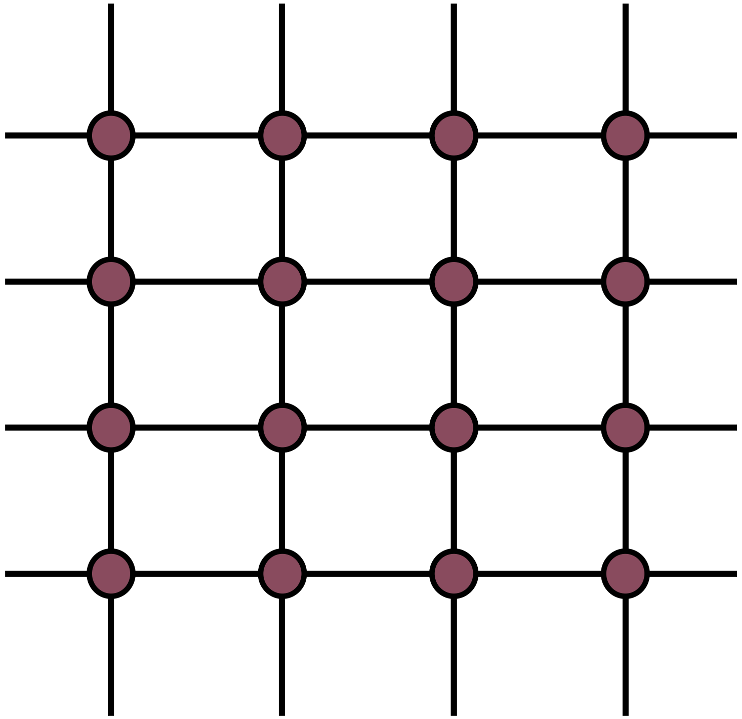
- O operador U é formado por operadores locais que obedecem a estrutura do grafo. Ou seja, o caminhante se moverá apenas para vértices vizinhos

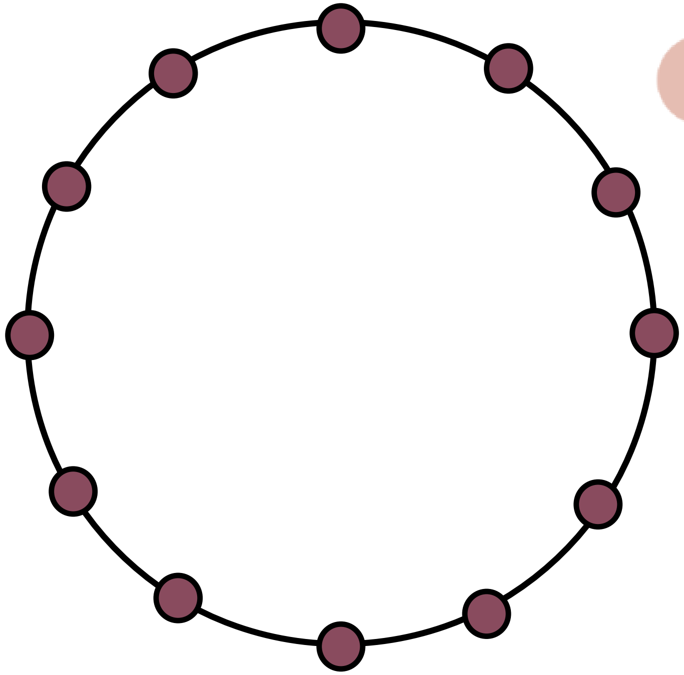
Latvian Quantum Initiative

Funded by the European Union NextGenerationEU

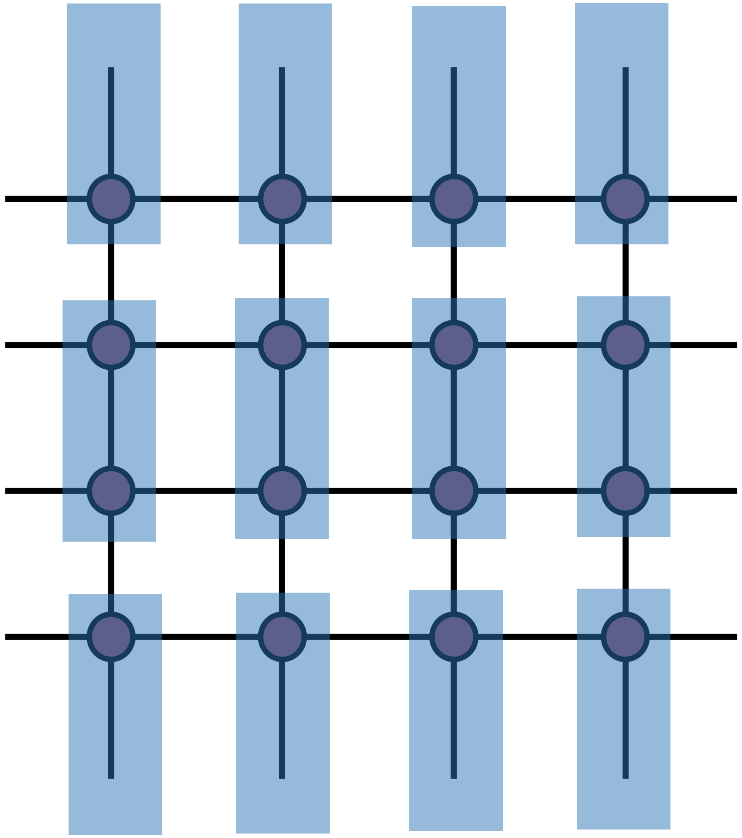
2027 National Development Plan

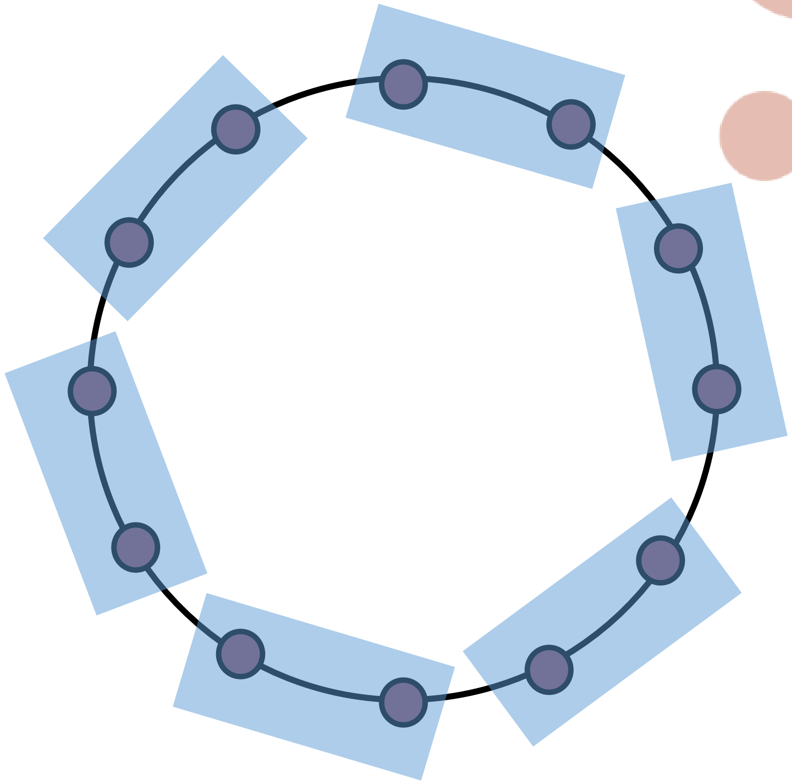
Outros exemplos



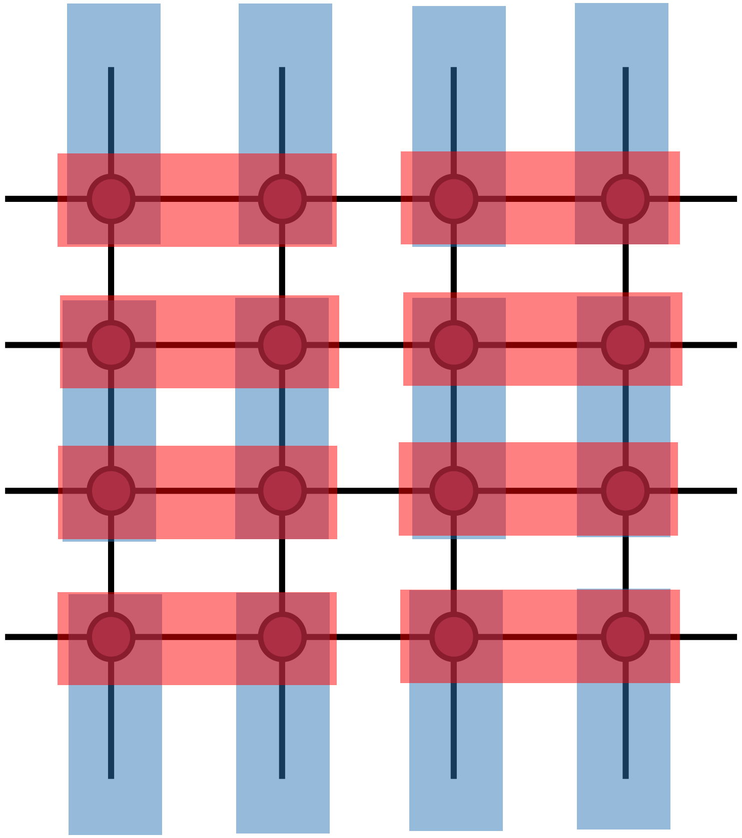


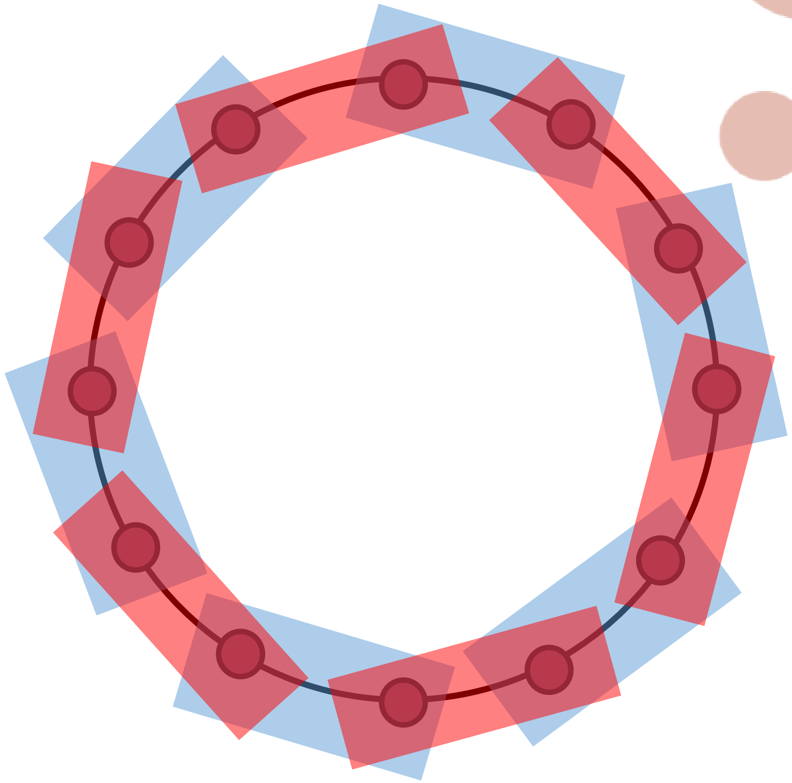
Outros exemplos





Outros exemplos



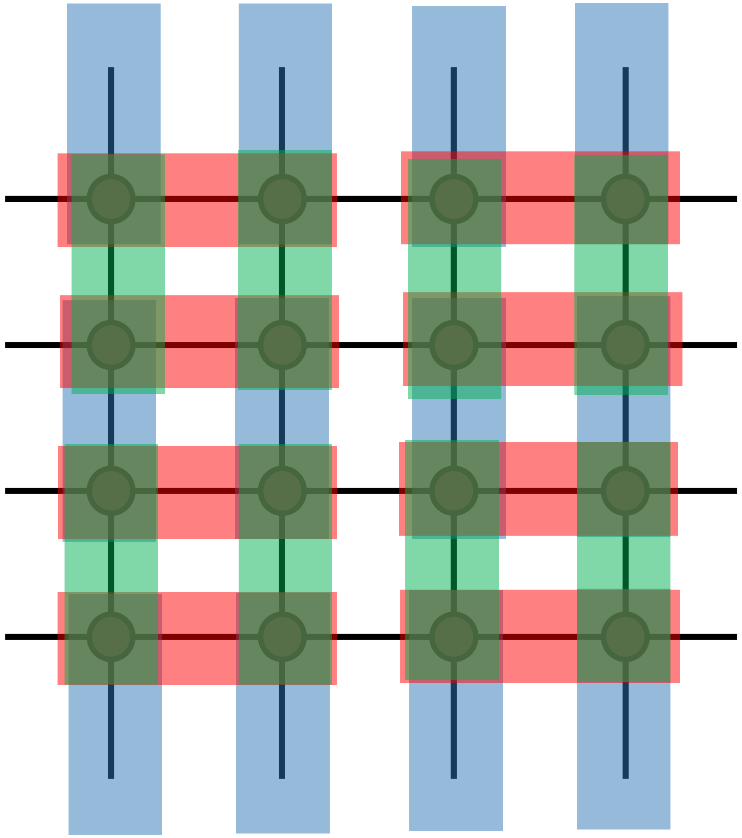


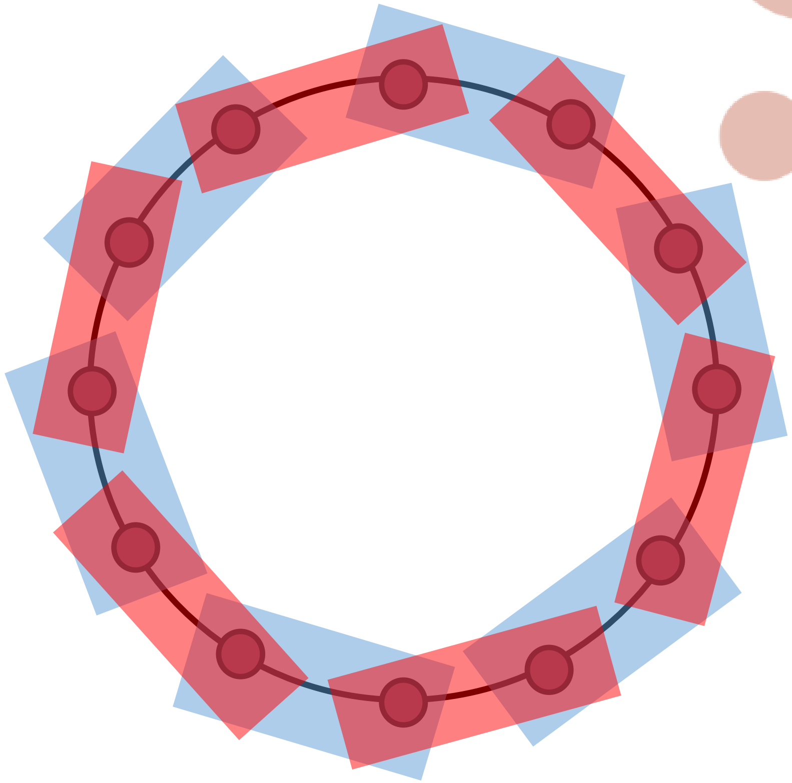
Latvian Quantum Initiative

Funded by the European Union
NextGenerationEU

2027 National Development Plan

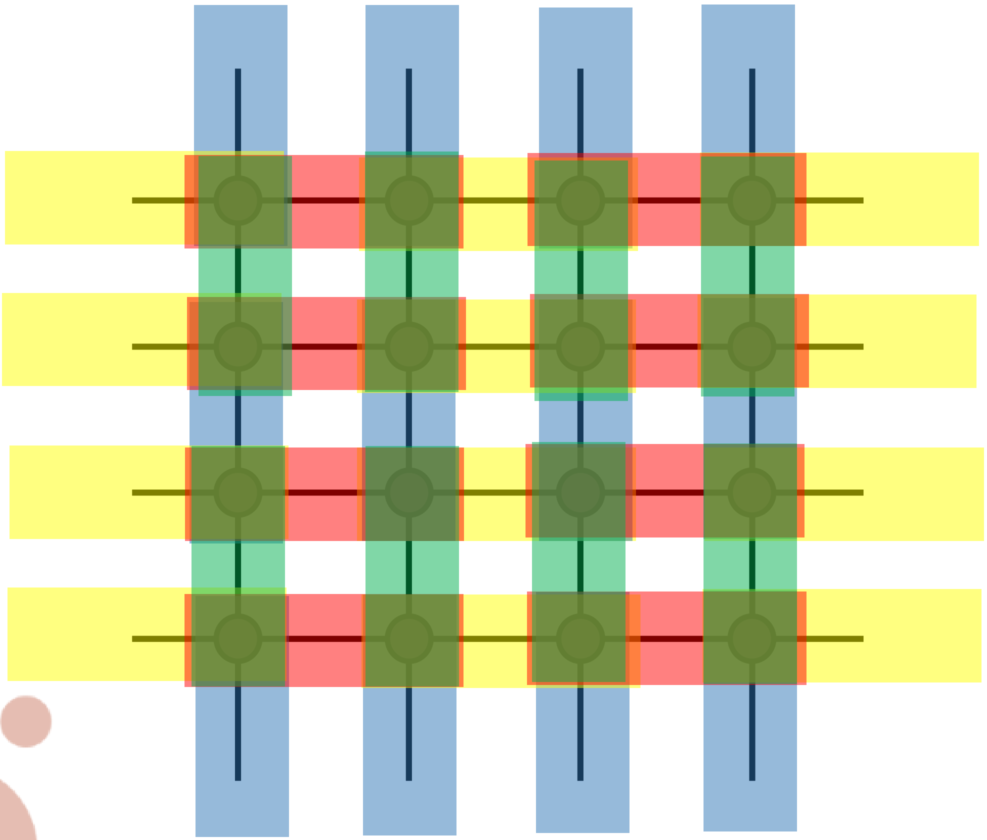
Outros exemplos

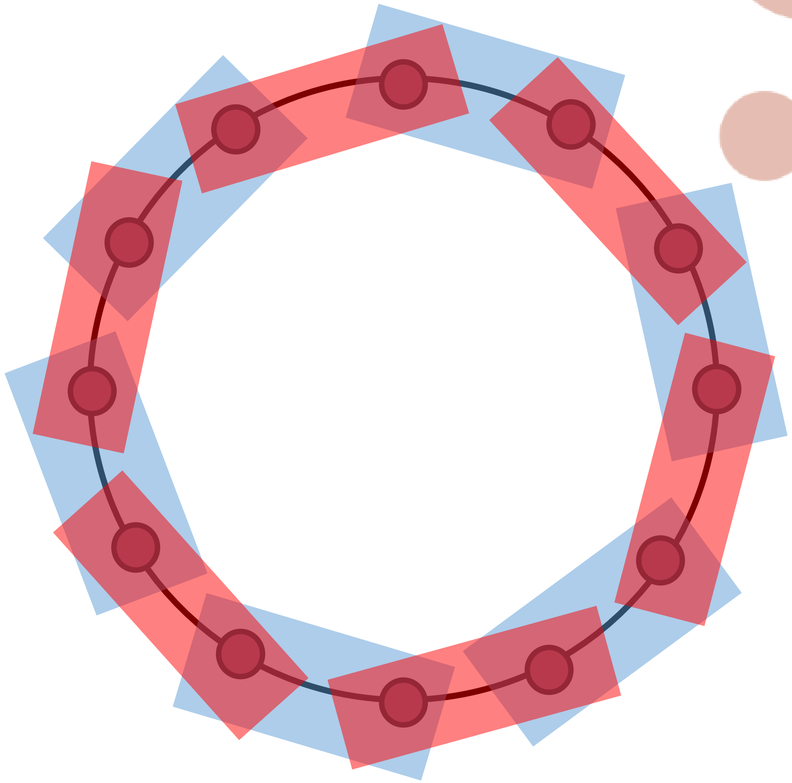




Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union
NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Outros exemplos

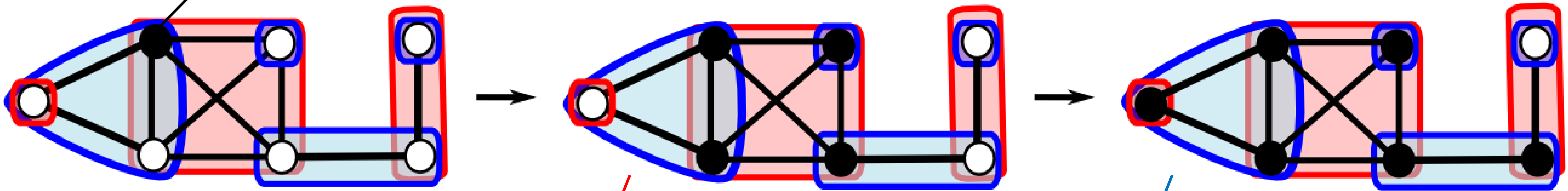




Passeio quântico escalonado

- Problema da k-tesselabilidade:
  - Decidir se um grafo pode ser coberto por k-tesselagens é NP-completo para $k \geq 3$
  - Abreu et al. “The graph tessellation cover number: Chromatic bounds, efficient algorithms and hardness”. Theoretical Computer Science (2020)

Posição inicial



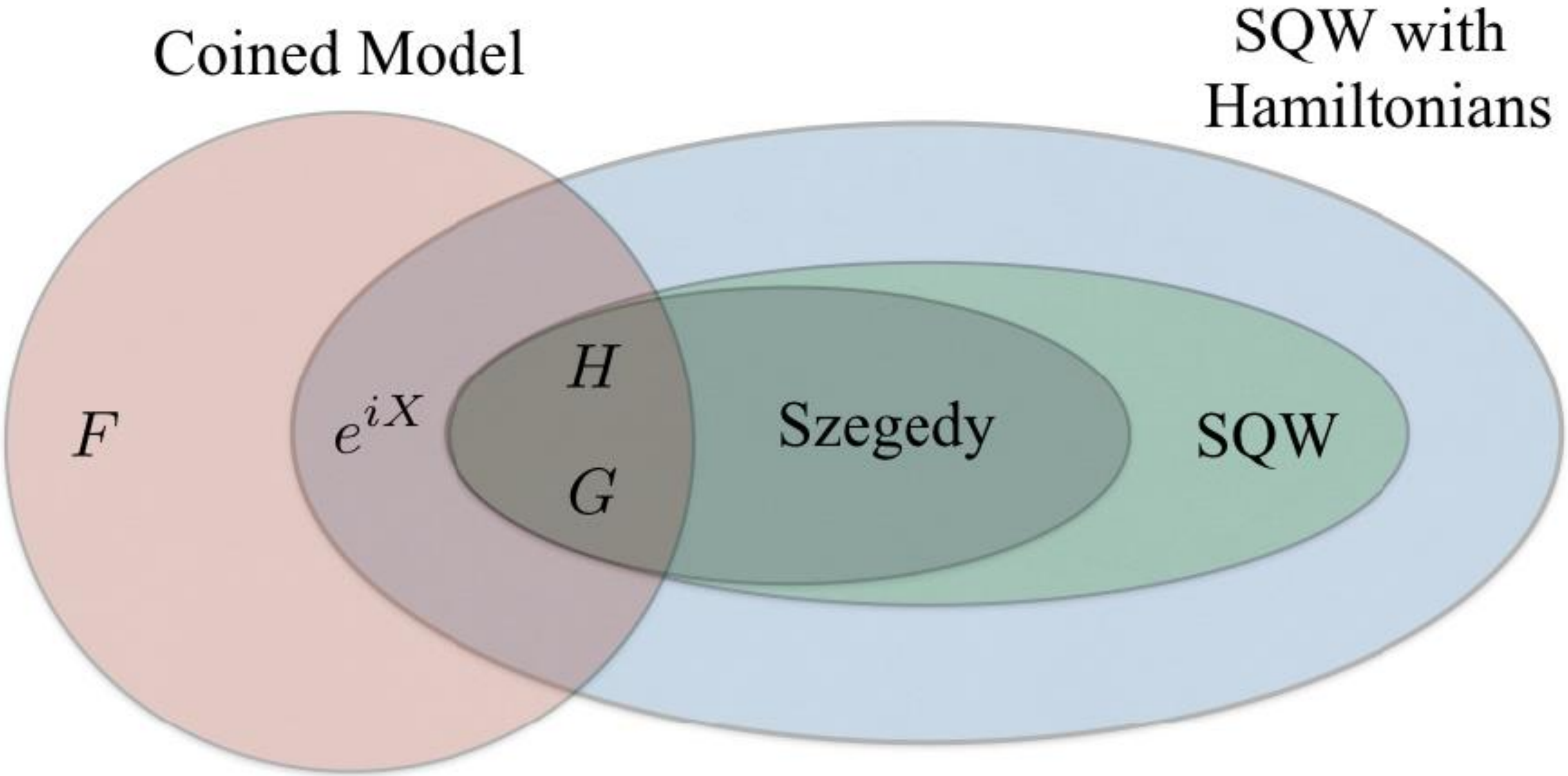
Aplicando operador associado a tesselagem vermelha

Aplicando operador associado a tesselagem azul

*Abreu et al. “The graph tessellation cover number: Chromatic bounds, … lness”. Theoretical Computer Science (2020)

Passeio quântico escalonado

- Conexão com outros modelos



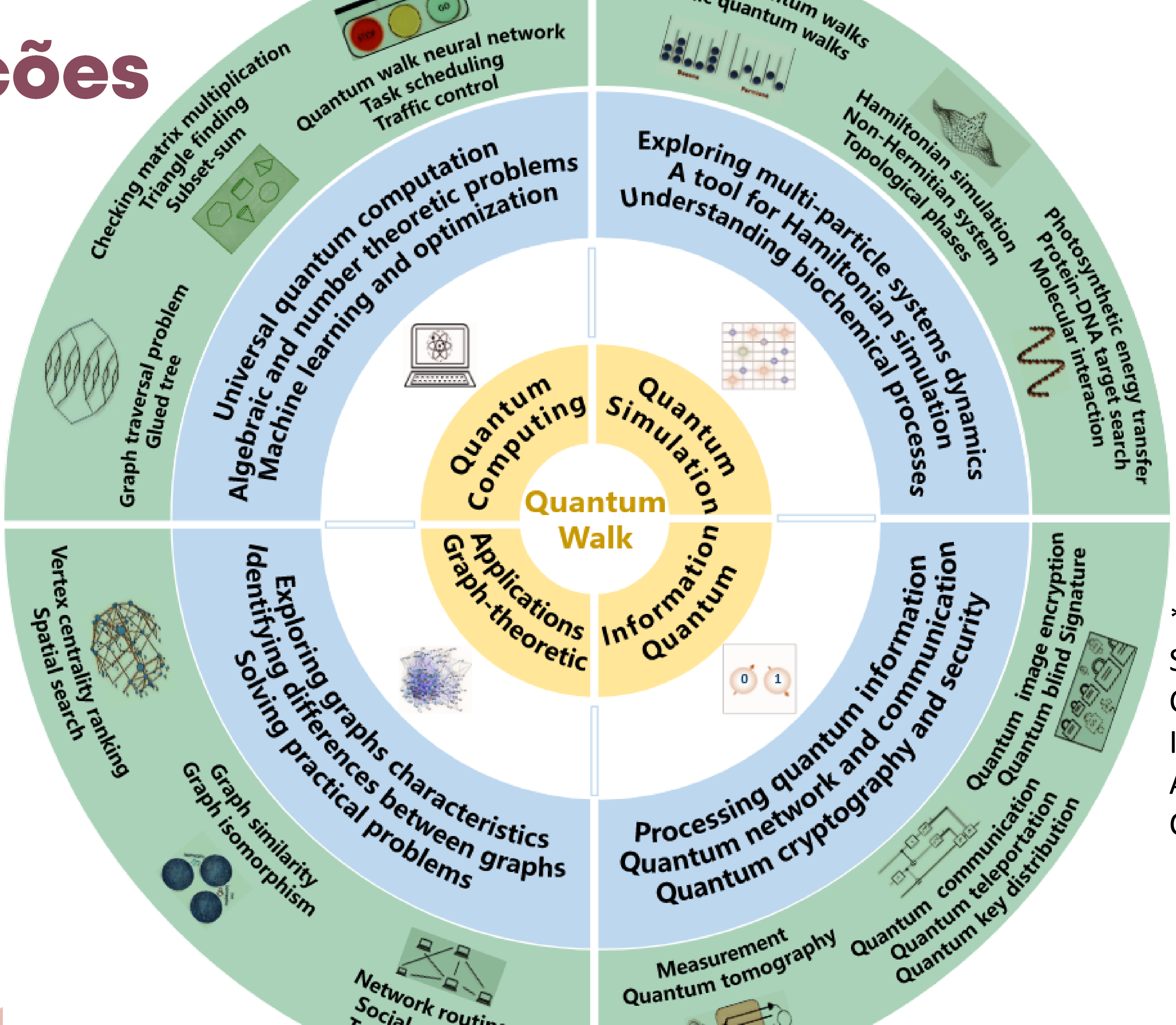
*R. Portugal, M. C. de Oliveira, and J. K. Moqadam. "Staggered quantum walks with Hamiltonians". Phys. Rev. A (2017)

Passeios quânticos

- Assim como no passeio aleatório clássico também podemos definir:
  - Distribuição limite
  - Tempo de mistura
  - Tempo de alcance
  - Tempo de retorno
  - etc.

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union
NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Aplicações



*X. Qiang, S. Ma, and H. Song. “Quantum Walk Computing: Theory, Implementation, and Application”. Intelligent Computing (2024)

Aplicações – Computação Quântica

- Universalidade
  - Tempo contínuo
  - Tempo discreto
  - Discontínuo (modelo híbrido)

- Aprendizado de Máquina
  - Redes neurais quânticas
  - Treinamento de redes neurais clássicas
- Otimização
  - QWOA (Quantum Walk Optimization Algorithm) :
    - Otimização de portfolios
    - Roteamento de veículos
  - Passeios quânticos com potenciais

- Desenvolvimento de algoritmos mais eficientes
  - Algoritmo de Ambainis para o problema de distinção de elementos
  - Problema das árvores coladas
  - Avaliação de fórmulas booleanas
  - Problemas algébricos e em teoria de números: checar produto de matrizes, testar comutatividade de grupos, soma de sub-conjuntos, etc.

Aplicações – Computação Quântica

- Universalidade
  - Tempo contínuo
  - Tempo
  - Discor
- Aprendiza
  - Redes
  - Treinamento de redes neurais clássicas
- Otimização
  - QWOA (Quantum Walk Optimization Algorithm) :
    - Otimização de portfolios
    - Roteamento de veículos
  - Passeios quânticos com potenciais

Identificar se os elementos de uma lista (tamanho N) são todos distintos

Quântico: $\Theta(N^{2/3})$

Clássico: $\Omega(N)$

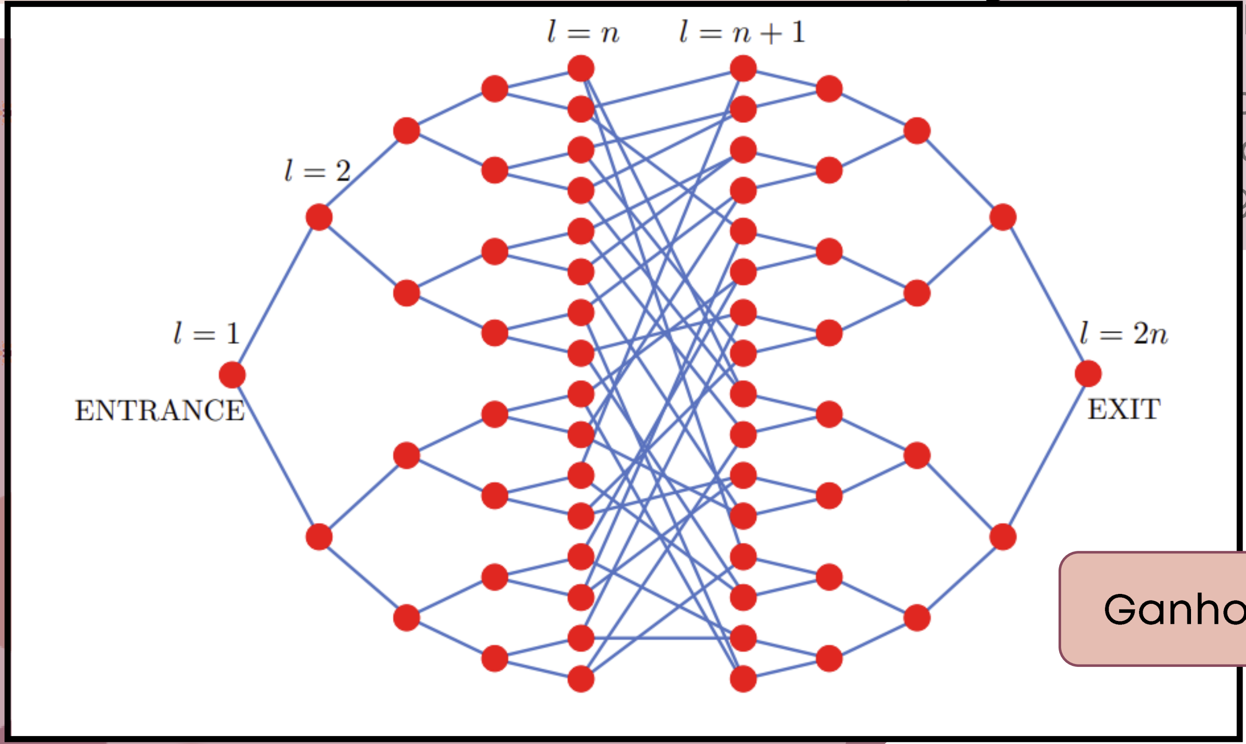
- Desenvolvimento de algoritmos mais eficientes
  - Algoritmo de Ambainis para o problema de distinção de elementos
  - Problema das árvores coladas
  - Avaliação de fórmulas booleanas
  - Problemas algébricos e em teoria de números: checar produto de matrizes, testar comutatividade de grupos, soma de sub-conjuntos, etc.

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Aplicações – Computação Quântica

- Universalidade
  - Tempo contínuo
  - Tempo discreto
  - Discontínuo (modelo híbrido)

- Desenvolvimento de algoritmos mais eficientes
  - Algoritmo de Ambainis para o problema de distinção de elementos
  - Problema das árvores coladas
  - liação de fórmulas booleanas
  - blemas algébricos e em teoria de números: car produto de matrizes, testar comutatividade grupos, soma de sub-conjuntos, etc.



Ganho exponencial

Latvian Quantum Initiative

Funded by the European Union
NextGenerationEU

2027 National Development Plan

Aplicações – Computação Quântica

- Universalidade
  - Tempo contínuo
  - Tempo discreto
  - Discontínuo (modelo híbrido)

- Aprendizado de Máquina
  - Redes neurais quânticas
  - Treinamento de redes neurais clássicas
- Otimização
  - QWOA (Quantum Walk Optimization Algorithm) :
    - Otimização de portfolios
    - Roteamento de veículos
  - Passeios quânticos com potenciais

- Desenvolvimento de algoritmos mais eficientes
  - Algoritmo de Ambainis para o problema de distinção de elementos
  - Problema das árvores coladas
  - Avaliação de fórmulas booleanas
  - Problemas algébricos e em teoria de números: checar produto de matrizes, testar comutatividade de grupos, soma de sub-conjuntos, etc.

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Aplicações – Computação Quântica

- Universalidade
  - Tempo contínuo
  - Tempo discreto
  - Discontínuo (modelo híbrido)

- Aprendizado de Máquina
  - Redes neurais quânticas
  - Treinamento de redes neurais clássicas
- Otimização
  - QWOA (Quantum Walk Optimization Algorithm) :
    - Otimização de portfolios
    - Roteamento de veículos
  - Passeios quânticos com potenciais

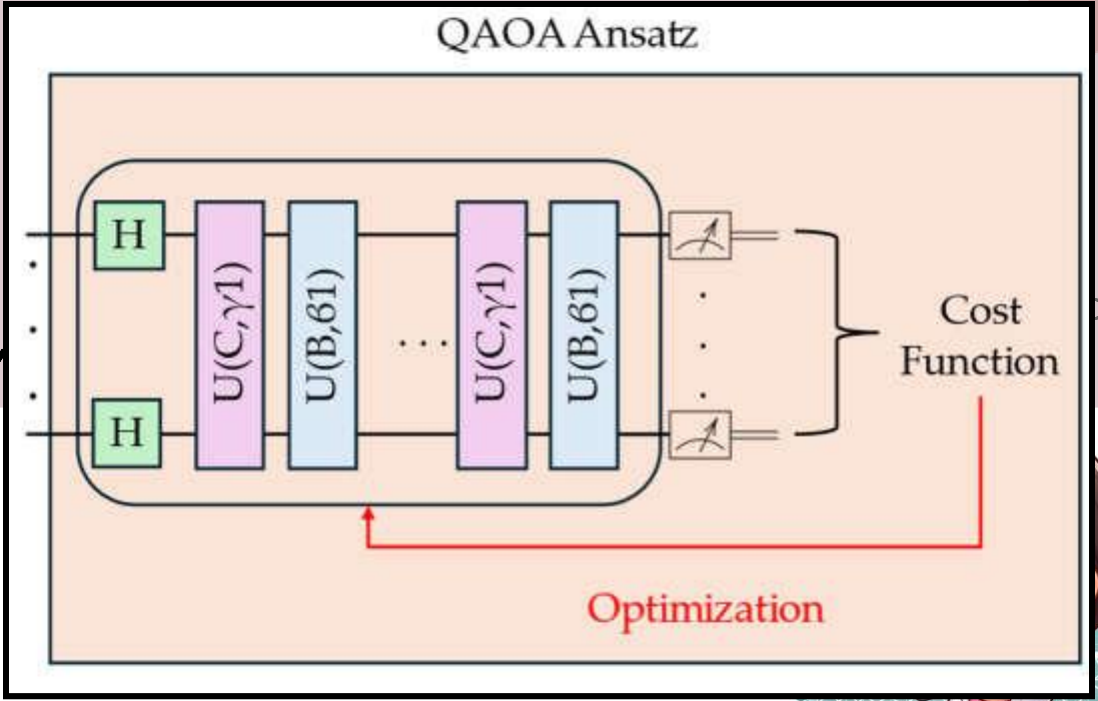
- Desenvolvimento de algoritmos mais eficientes
  - Algoritmo de Ambainis para o problema de distinção de elementos
  - Problema das árvores coladas
  - Avaliação de fórmulas booleanas
  - Problemas algébricos e em teoria de números: checar produto de matrizes, testar comutatividade de grupos, soma de sub-conjuntos, etc.

Aplicações – Computação Quântica

- Universalidade
  - Tempo contínuo
  - Tempo discreto
  - Discontínuo (modelo híbrido)

- Desenvolvimento de algoritmos mais eficientes
  - Algoritmo de Ambainis para o problema de

dade



- Aprendizado de Máquina
  - Redes neurais quânticas
  - Treinamento de redes neurais clássicas
- Otimização
  - QWOA (Quantum Walk Optimization Algorithm) :
    - Otimização de portfolios
    - Roteamento de veículos
  - Passeios quânticos com potenciais

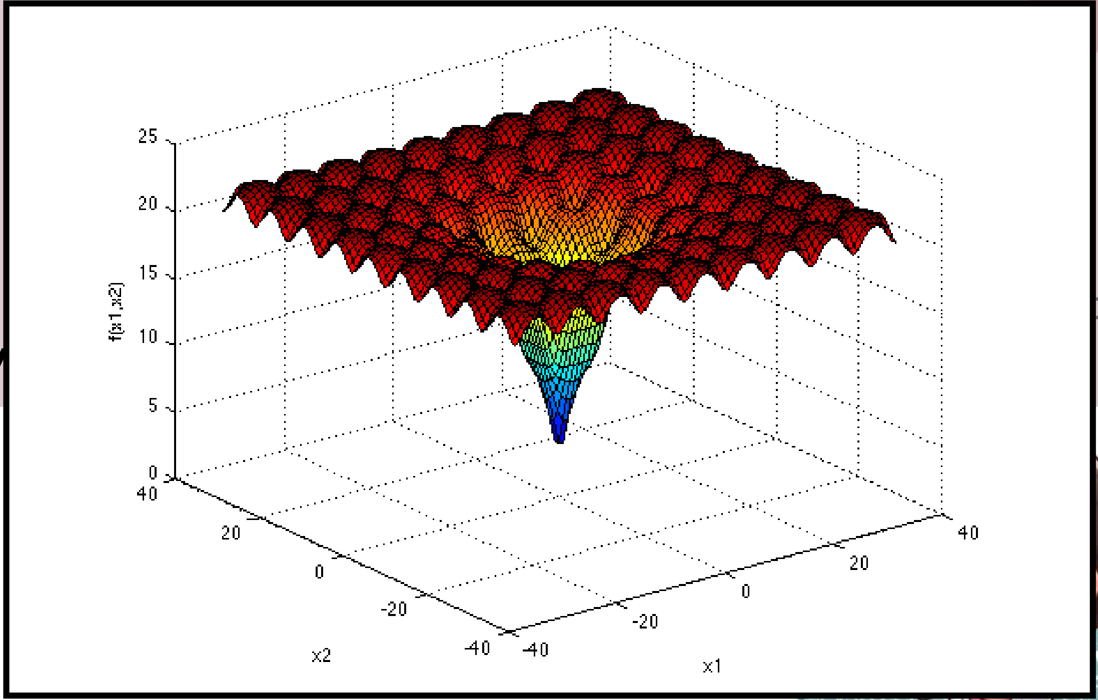
Aplicações – Computação Quântica

- Universalidade
  - Tempo contínuo
  - Tempo discreto
  - Descontínuo (modelo híbrido)

- Aprendizado de Máquina
  - Redes neurais quânticas
  - Treinamento de redes neurais clássicas
- Otimização
  - QWOA (Quantum Walk Optimization Algorithm) :
    - Otimização de portfolios
    - Roteamento de veículos
  - Passeios quânticos com potenciais

- Desenvolvimento de algoritmos mais eficientes
  - Algoritmo de Ambainis para o problema de

dade



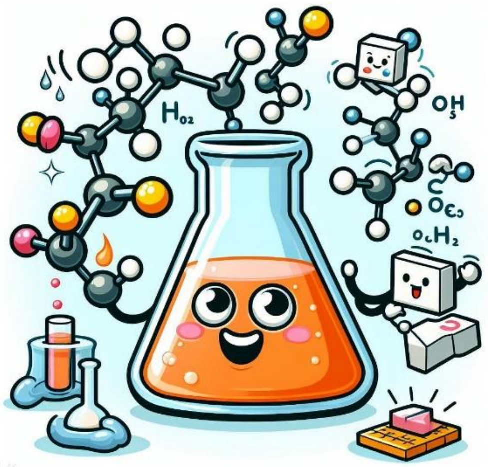
Latvian Quantum Initiative

Funded by the European Union NextGenerationEU

2027 National Development Plan

Aplicações – Simulação Quântica

- Simular o comportamento de outros sistemas quânticos usando passeios quânticos
  - Simulação de sistemas multi-partículas
  - Simulação da dinâmica de Hamiltonianos quânticos
  - Entendimento de como fases topológicas podem ser simuladas e estudadas na dinâmica quântica
  - Processos bioquímicos complexos
  - Comportamento de moléculas biológicas



Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union
NextGenerationEU
2027 National Development Plan

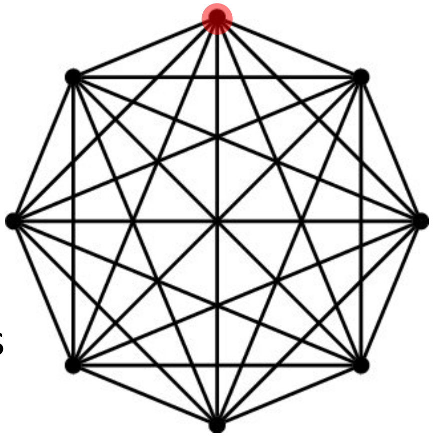
Aplicações – Teoria de Grafos

- Permitem explorar a estrutura de grafos de forma mais eficiente
  - Tempo de alcance e de mistura mais rápidos
- Busca em grafos
  - Ganho quadrático com relação ao clássico
- Classificação da centralidade de vértices
  - Algoritmo quântico de PageRank
- Identificar diferenças estruturais entre grafos
  - Grafo isomorfismo
  - Classificação de grafos
- Problemas modelados usando teoria de grafos: análise de redes sociais, roteamento em redes, modelo de propagação da informação, etc.

Aplicações – Teoria de Grafos

- Permitem explorar a estrutura de grafos de forma mais eficiente
  - Tempo de alcance e de mistura mais rápidos
- Busca em grafos
  - Ganho quadrático com relação ao clássico
- Classificação da centralid
  - Algoritmo quântico de Pag
- Identificar diferenças estru
  - Grafo isomorfismo
  - Classificação de grafos
- Problemas modelados uso
  roteamento em redes, mod

- Problema de busca por um vértice marcado num grafo
- Diferentes grafos, diferentes conjuntos de elementos marcados, diferentes modelos de passeios
- Caracterização de configurações excepcionais de vértices marcados



Algoritmo de Grover = Busca num grafo completo

Aplicações – Teoria de Grafos

- Permitem explorar a estrutura de grafos de forma mais eficiente
  - Tempo de alcance e de mistura mais rápidos
- Busca em grafos
  - Ganho quadrático com relação ao clássico
- Classificação da centralid
  - Algoritmo quântico de Pag
- Identificar diferenças estru
  - Grafo isomorfismo
  - Classificação de grafos
- Problemas modelados uso
  roteamento em redes, mod

Ganho quadrático para busca em qualquer grafo e qualquer quantidade de vértices marcados:

- A. Ambainis et al. "Quadratic speedup for finding marked vertices by Quantum walks". STOC (2020)

- S. Apers et al. "Quadratic Speedup for Spatial Search by Continuous-Time Quantum Walk". Phys. Rev. Letters (2022)

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Aplicações – Teoria de Grafos

- Permitem explorar a estrutura de grafos de forma mais eficiente
  - Tempo de alcance e de mistura mais rápidos
- Busca em grafos
  - Ganho quadrático com relação ao clássico
- Classificação da centralidade de vértices
  - Algoritmo quântico de PageRank
- Identificar diferenças estruturais entre grafos
  - Grafo isomorfismo
  - Classificação de grafos
- Problemas modelados usando teoria de grafos: análise de redes sociais, roteamento em redes, modelo de propagação da informação, etc.

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Aplicações – Teoria de Grafos

- Permitem explorar a estrutura de grafos de forma mais eficiente
  - Tempo de alcance e de mistura mais rápidos
- Busca em grafos
  - Ganho quadrático com relação ao clássico
- Classificação da centralidade de vértices
  - Algoritmo quântico de PageRank
- Identificar diferenças estruturais entre grafos
  - Grafo isomorfismo
  - Classificação de grafos
- Problemas modelados usando teoria de grafos: análise de redes sociais, roteamento em redes, modelo de propagação da informação, etc.

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Aplicações – Teoria de Grafos

- Permitem explorar a estrutura de grafos de forma mais eficiente
  - Tempo de alcance e de mistura mais rápidos
- Busca em grafos
  - Ganho quadrático com relação ao clássico
- Classificação da centralidade de vértices
  - Algoritmo quântico de PageRank
- Identificar diferenças estruturais entre grafos
  - Grafo isomorfismo
  - Classificação de grafos
- Problemas modelados usando teoria de grafos: análise de redes sociais, roteamento em redes, modelo de propagação da informação, etc.

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Aplicações – Informação Quântica

- Usados como ferramenta na preparação, manipulação, caracterização e transmissão de estados quânticos
  - Geração de emaranhamento
  - Transferência de estados
- Desenvolvimento de protocolos para comunicação quântica
  - Teleporte quântico
  - Distribuição quântica de chaves
- Criptografia quântica e segurança
  - Criptografia de imagens
  - Esteganografia
  - Ataques a vários esquemas criptográficos

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union
NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Aplicações – Informação Quântica

- Usados como ferramenta na preparação, manipulação, caracterização e transmissão de estados quânticos
  - Geração de emaranhamento
  - Transferência de estados
- Desenvolvimento de protocolos para comunicação quântica
  - Teleporte quântico
  - Distribuição quântica de chaves
- Criptografia quântica e segurança
  - Criptografia de imagens
  - Esteganografia
  - Ataques a vários esquemas criptográficos

Latvian Quantum Initiative

Funded by the European Union NextGenerationEU

2027 National Development Plan

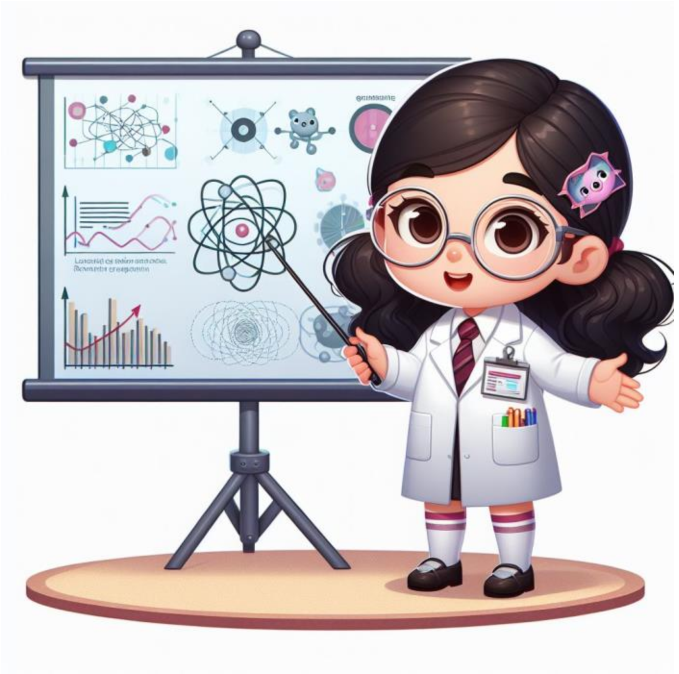
Aplicações – Informação Quântica

- Usados como ferramenta na preparação, manipulação, caracterização e transmissão de estados quânticos
  - Geração de emaranhamento
  - Transferência de estados
- Desenvolvimento de protocolos para comunicação quântica
  - Teleporte quântico
  - Distribuição quântica de chaves
- Criptografia quântica e segurança
  - Criptografia de imagens
  - Esteganografia
  - Ataques a vários esquemas criptográficos

Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union NextGenerationEU
2027 National Development Plan

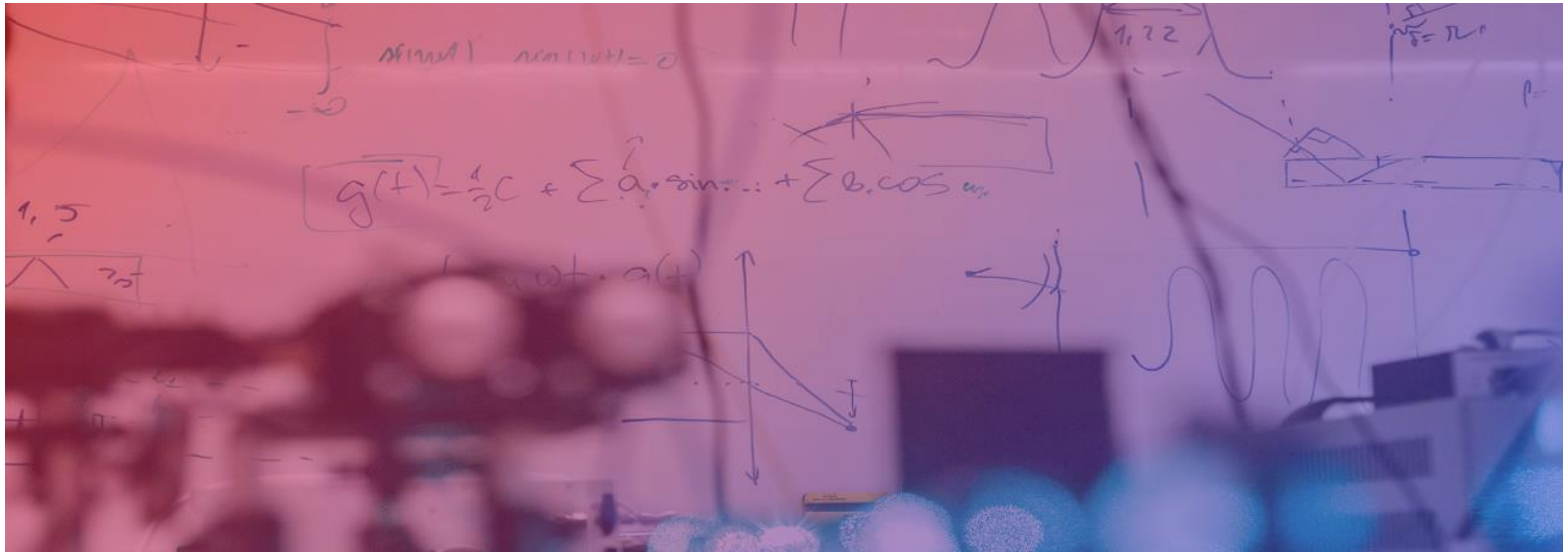
Sumário

- Passeios quânticos são os análogos quânticos dos passeios aleatórios clássicos
- Dois tipos:
  - Tempo discreto
  - Tempo contínuo
- Comportamento difere do caso clássico devido a sua natureza quântica
- Modelos a tempo discreto:
  - Passeio com moeda
  - Passeio escalonado, etc.
- Aplicações



Latvian Quantum Initiative
Funded by the European Union
NextGenerationEU
2027 National Development Plan

Obrigada!



raqueline@gmail.com
home.lu.lv/~rsantos

www.quantumlatvia.lu.lv

quantumlatvia

Latvian Quantum Initiative

Funded by the European Union
NextGenerationEU

2027
National Development Plan